

Computação Gráfica – Transformações Projetivas

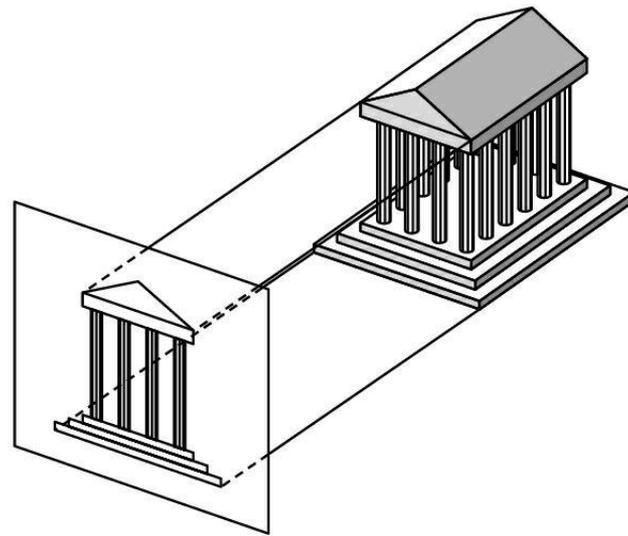
Profa. Mercedes Gonzales
Márquez

Tópicos

- Conceito de Projeção
- Projeção Paralela (Ortográfica) e Projeção Perspectiva

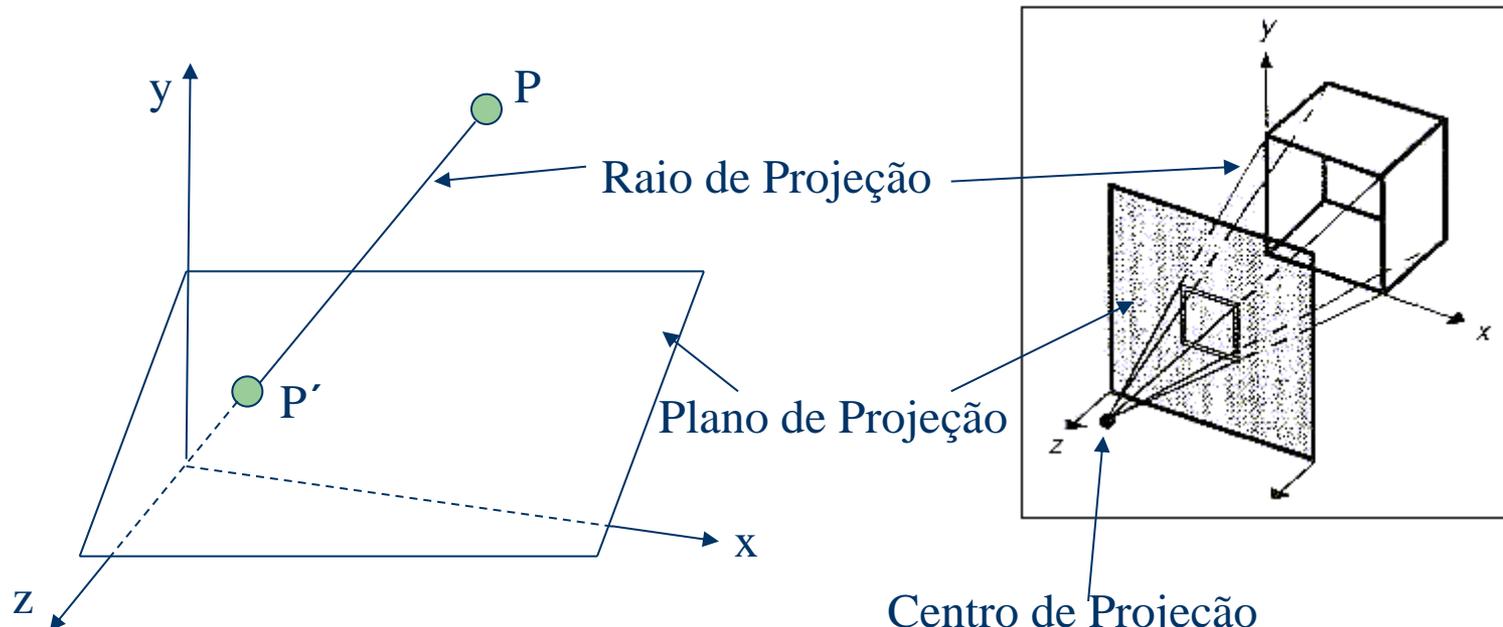
Transformações Projetivas

- A projeção permite a visualização bidimensional de objetos tridimensionais.
- Para gerar a imagem de um objeto 3D a partir de um ponto de vista dado, é necessário realizar a sua projeção, ou seja, converter as suas coordenadas 3D em coordenadas 2D.



Elementos básicos da Projeção

- Plano de Projeção;
- Projetante, ou raio projetante;
- Centro de projeção.



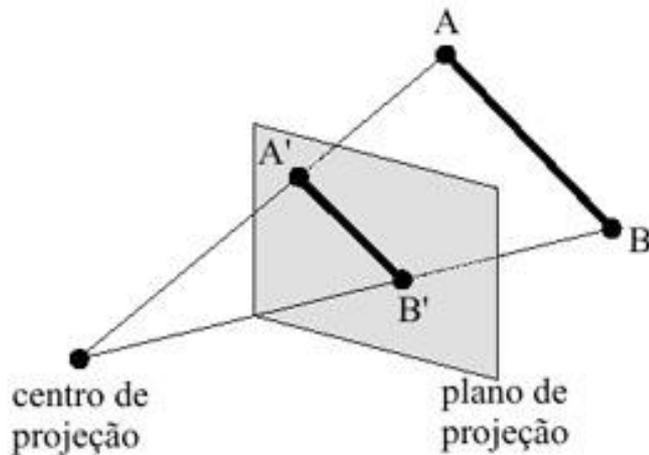
Elementos básicos da Projeção

- **Plano de Projeção:** A superfície onde será projetado o objeto, ou seja, onde ele será representado em 2D;
- **Projetante, ou raio projetante:** Retas que passam pelos pontos do objeto e pelo centro de projeção.
- **Centro de projeção:** Ponto fixo de onde os raios projetantes partem.

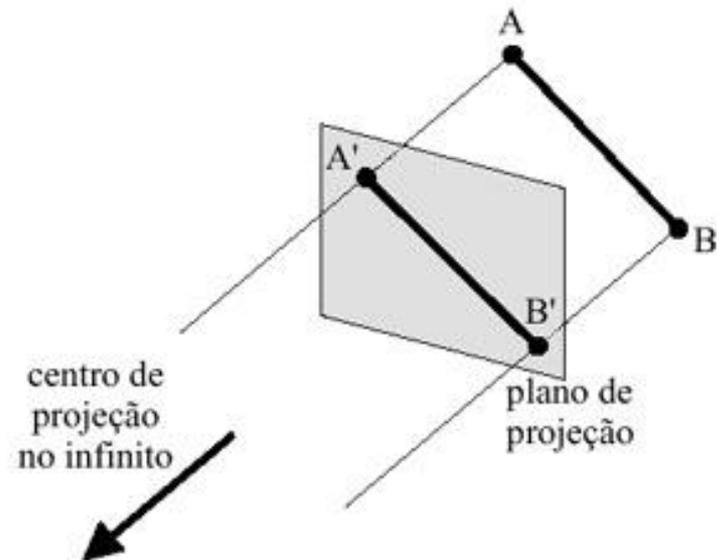
Tipos de Projeção

Existem dois tipos de projeção:

- (a) **Projeção Paralela, Ortogonal ou ortográfica**
- (b) **Projeção perspectiva**



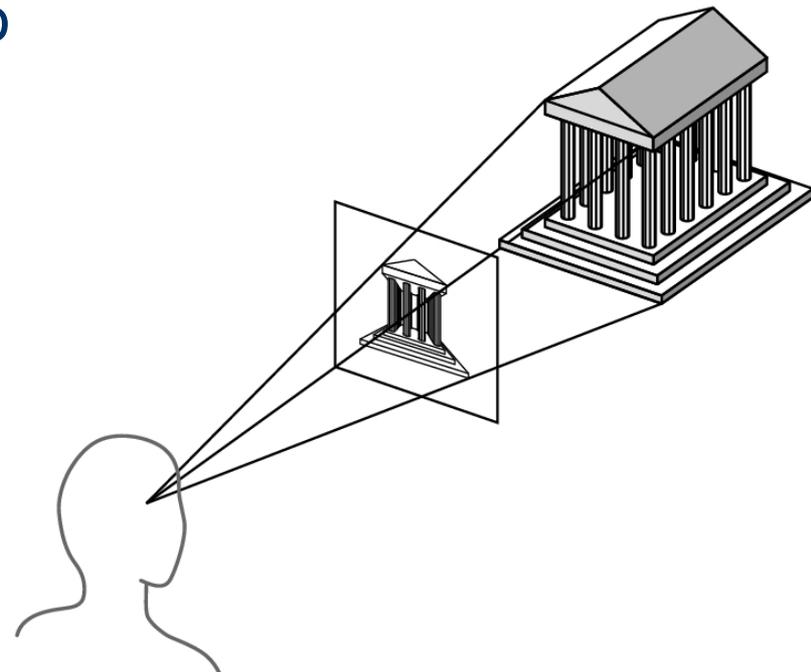
(a)



(b)

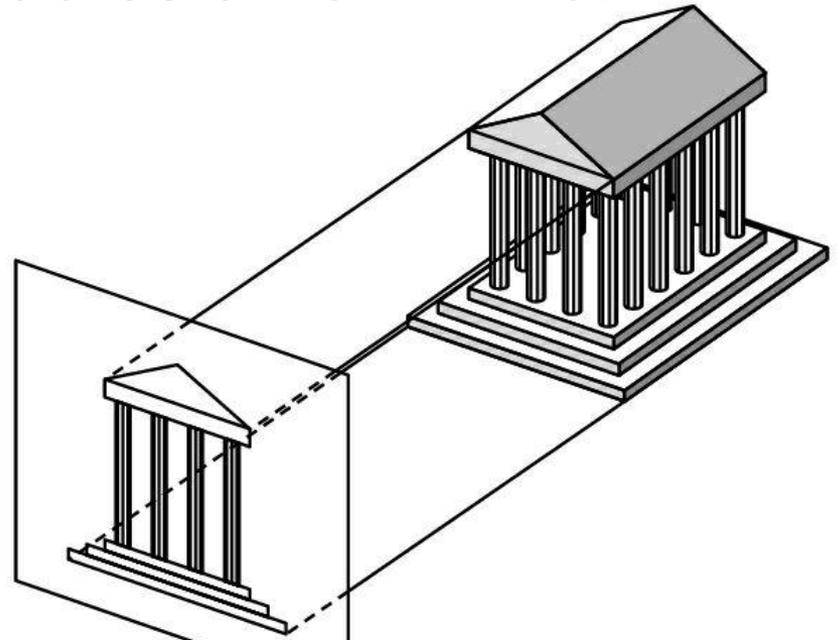
Tipos de Projeção

(a) **Projeção perspectiva** : É a mais realista, pois é análogo ao processo de formação de imagens em nossos olhos ou numa câmera fotográfica. Considera a profundidade como elemento de seu cálculo e apresenta um resultado mais familiar ao observador humano



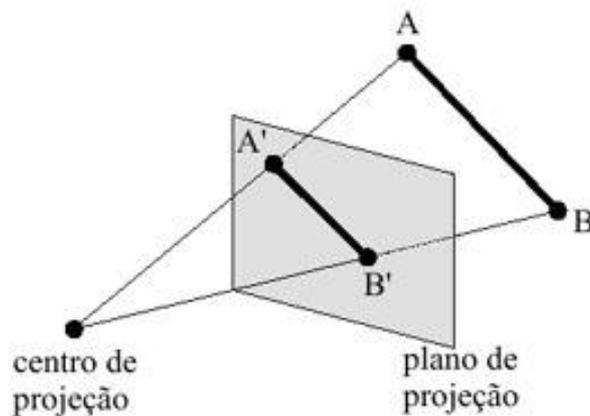
Tipos de Projeção

(b) Projeção Paralela ou ortográfica: É a projeção ortogonal de um ponto no plano de projeção. Pode ser vista como uma projeção perspectiva onde o centro de projeção está no infinito.

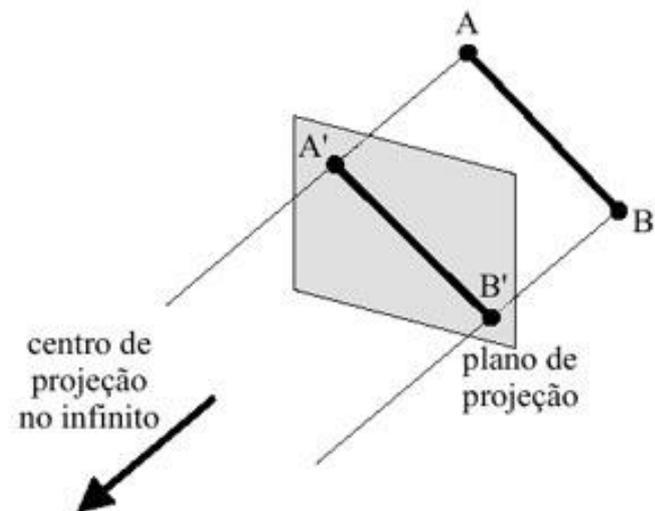


Projeção Paralela

As linhas que unem os pontos A e B às suas projeções A' e B' são paralelas, isto faz com que o segmento projetado tenha o mesmo tamanho para qualquer distância entre o plano de projeção e o objeto.

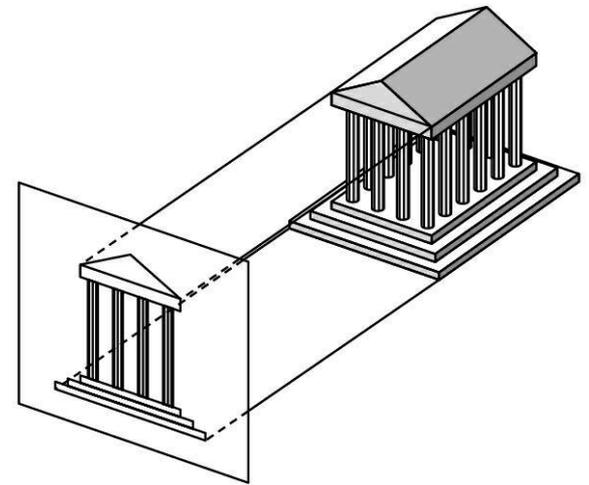
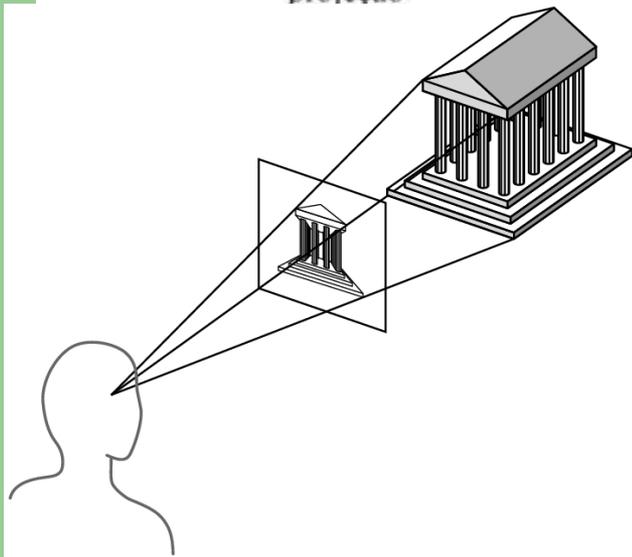
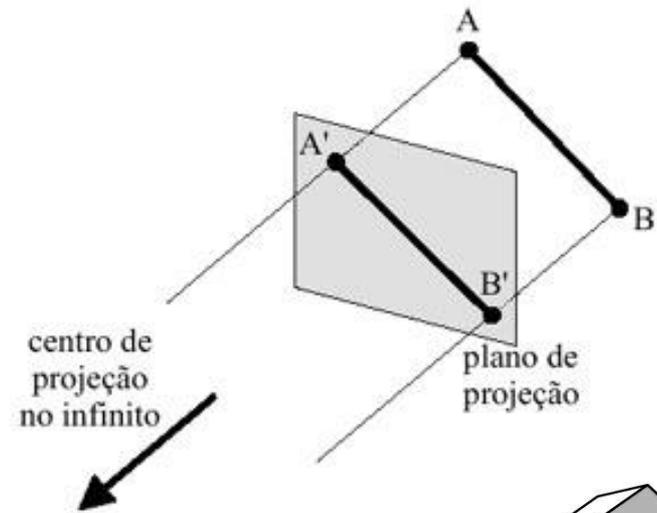
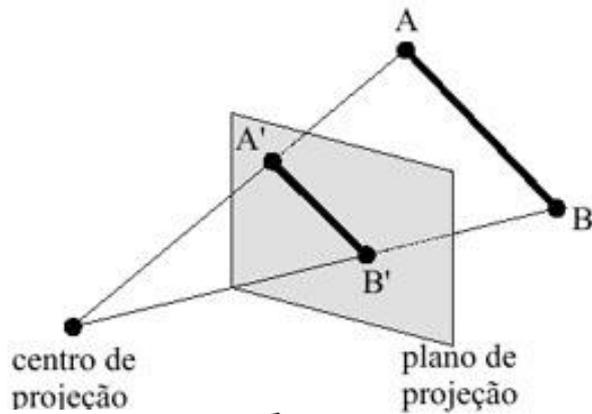


(a)



(b)

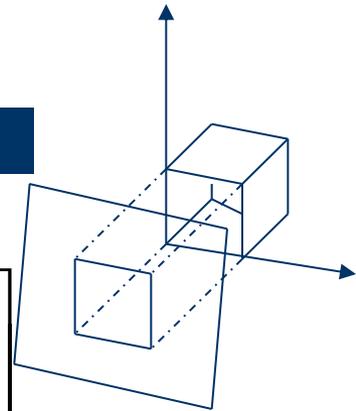
Tipos de Projeção



Matriz de Projeção Paralela

- Se quisermos a projeção ortográfica em relação ao plano xy (ou $z=0$), a matriz em coordenadas homogêneas é

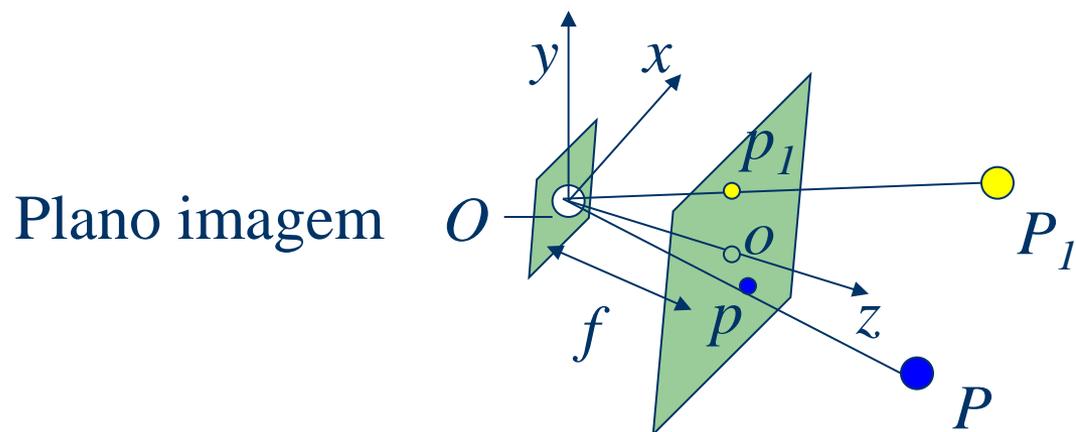
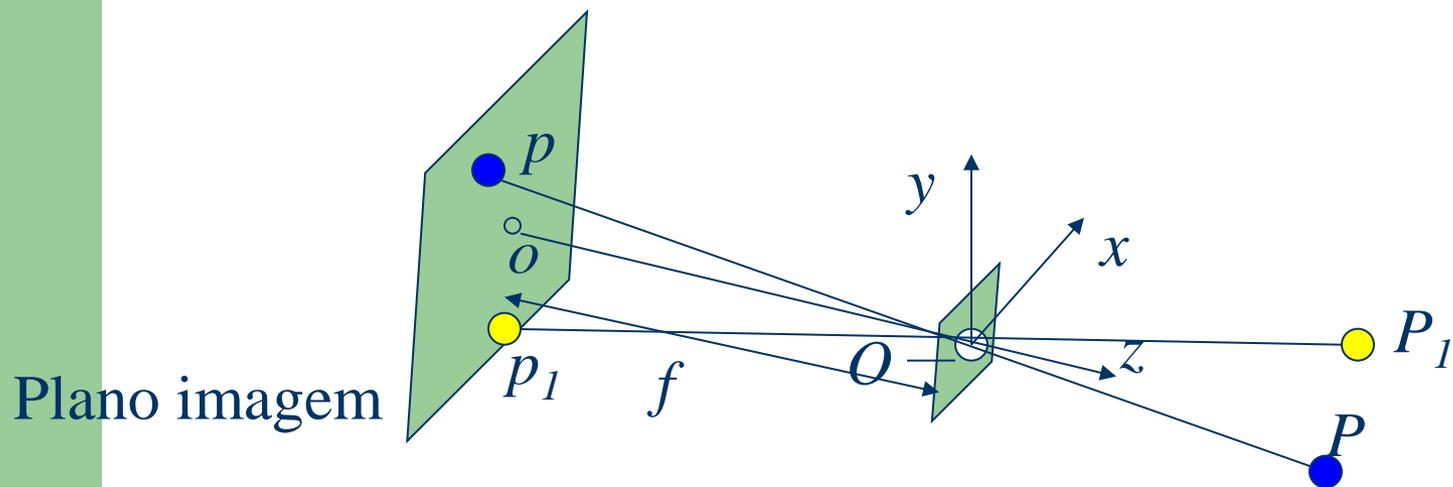
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$



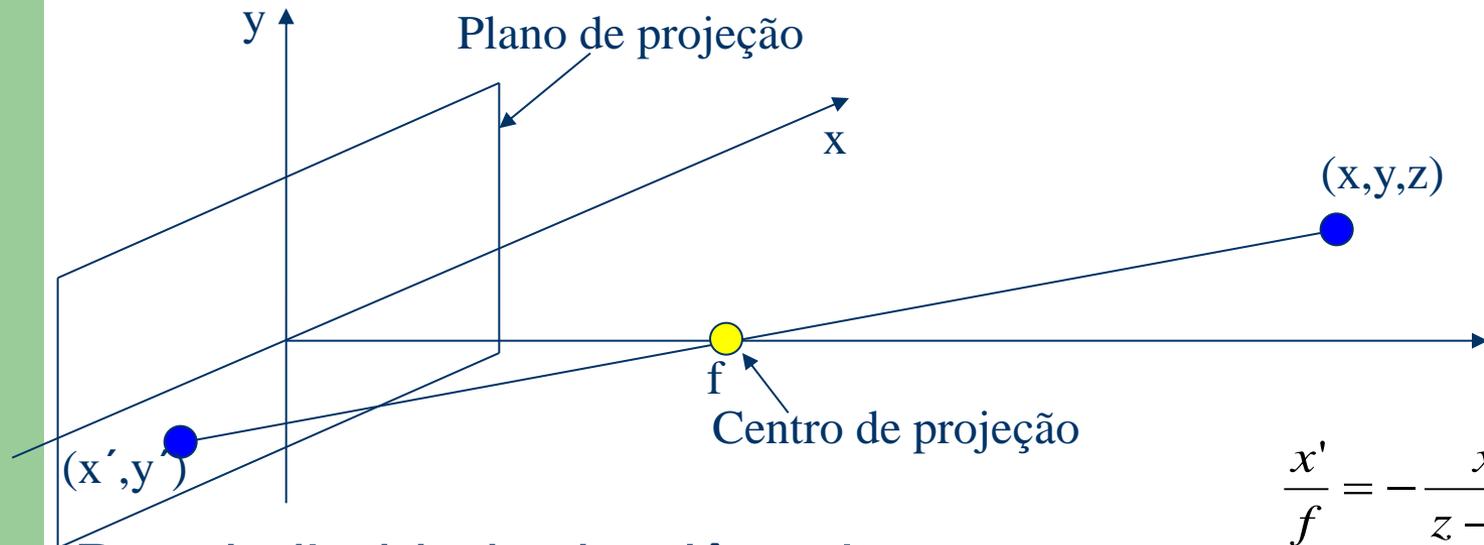
- Se no lugar do plano $z=0$ for escolhido outro plano qualquer $z=Tz$ paralelo a ele, a matriz será

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Tz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Modelo perspectivo ideal



Matriz de Projeção Perspectiva



- Por similaridade de triângulos temos

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/f & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\frac{x'}{f} = -\frac{x}{z-f}$$

$$\frac{y'}{f} = -\frac{y}{z-f}$$