

Lógica Proposicional

Profa. Mercedes Gonzales
Márquez

Agentes de resolução de problemas de busca

- Sabem quais ações estão disponíveis e qual será o resultado de realizar uma ação específica a partir de um estado específico, mas não conhecem os fatos gerais.
- Exemplo: Um agente de quebra-cabeça de oito peças não sabe que duas peças não podem ocupar o mesmo espaço. Um agente de descoberta de rota não sabe que é impossível uma estrada ter um número negativo de quilômetros de extensão.

Agentes baseados em conhecimento

- Agentes baseados em conhecimento utilizam um processo de raciocínio sobre uma representação interna do conhecimento para decidir quais ações devem tomar.
- Desenvolve-se a lógica como uma classe geral de representações para apoiar agentes baseados em conhecimento.

Agentes baseados em conhecimento

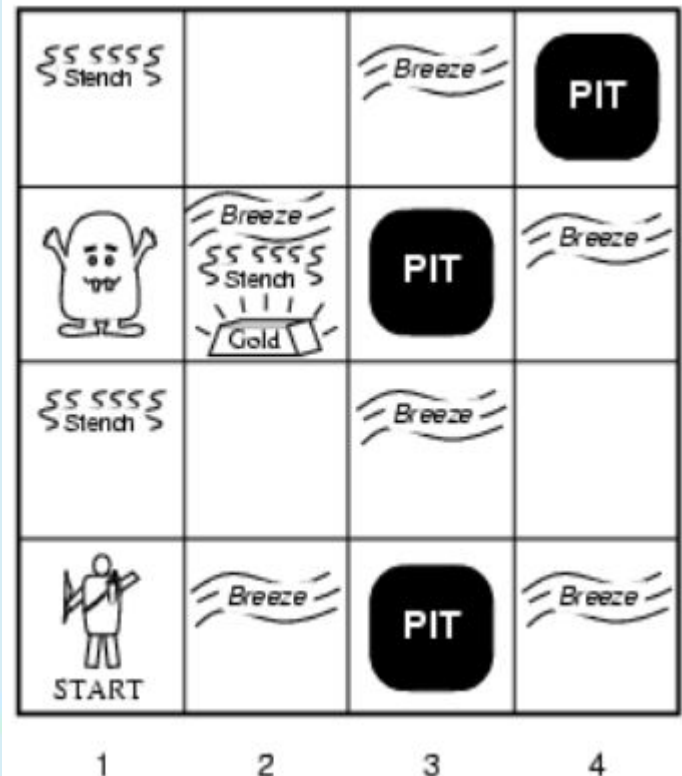
- O componente central de um agente baseado em conhecimento é sua base de conhecimento ou BC.
- Informalmente uma BC é um conjunto de sentenças.
- Cada sentença é expressa em uma linguagem de representação de conhecimento e representa alguma asserção sobre o mundo.

Mundo do Wumpus

- O Mundo do Wumpus é um ambiente clássico em Inteligência Artificial que simula um agente navegando em uma caverna perigosa. Desenvolvido como exemplo didático para demonstrar raciocínio lógico e tomada de decisão, o ambiente apresenta desafios que exigem inferência baseada em percepções limitadas. O agente deve explorar a caverna, evitar perigos e capturar o ouro, utilizando apenas informações parciais e lógica para deduzir o estado do mundo.

Mundo do Wumpus

- O mundo do Wumpus é representado como um grid quadrado, tipicamente 4×4.
- O agente começa na posição [1,1] e pode se mover para cima, baixo, esquerda ou direita.
- A caverna contém exatamente um Wumpus (criatura perigosa), um poço de ouro, e múltiplos poços mortais.
- Cada célula pode conter uma brisa (indicando poço), fedor (indicando Wumpus), ou estar vazia.
- O agente percebe apenas os elementos em sua célula atual e nas células adjacentes.



Mundo do Wumpus

O Wumpus

- Criatura que emite fedor nas células adjacentes.
- Causa morte instantânea se o agente entrar em sua célula.
- Pode ser morto se o agente disparar uma flecha em sua direção.
- O fedor permite deduzir sua localização antes de entrar na célula.

Os Poços

- Causam morte instantânea se o agente cair neles.
- Emitem brisa nas células adjacentes (acima, abaixo, esquerda, direita).
- São múltiplos espalhados pela caverna.
- A brisa serve como pista lógica para evitar o perigo.

O Ouro

- É o objetivo principal da missão do agente.
- Emite um brilho perceptível apenas na célula onde se encontra.
- Pode ser capturado quando o agente está em sua localização.
- O agente deve coletá-lo e sair da caverna vivo.

Mundo do Wumpus

Percepções do Agente

- O agente recebe percepções em forma de tuplas: **[Brisa, Fedor, Brilho, Batida, Grito]**
- **Brisa:** Indica proximidade com um poço.
- **Fedor:** Indica proximidade com o Wumpus.
- **Brilho:** Indica a presença de ouro na célula atual.
- **Batida:** Indica colisão com uma parede.
- **Grito:** Indica que o Wumpus foi morto pela flecha.

Mundo do Wumpus

Ações Disponíveis

- **Movimento:** Mover-se para a frente, virar à esquerda ou virar à direita.
- **Pegar:** Capturar o ouro quando estiver na mesma célula.
- **Disparar:** Atirar a única flecha na direção em que o agente está virado.
- O agente deve usar as percepções para construir um modelo mental do ambiente e planejar ações seguras.

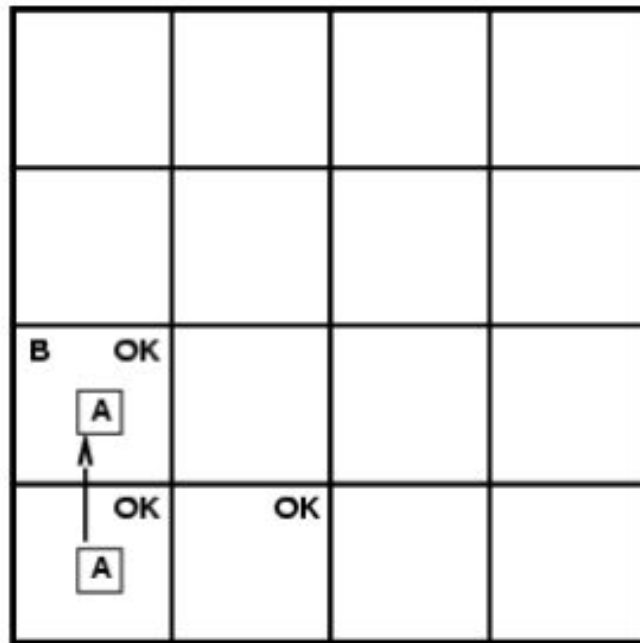
Mundo do Wumpus

Primeira percepção: [nada, nada, nada, nada, nada]

OK			
OK A	OK		

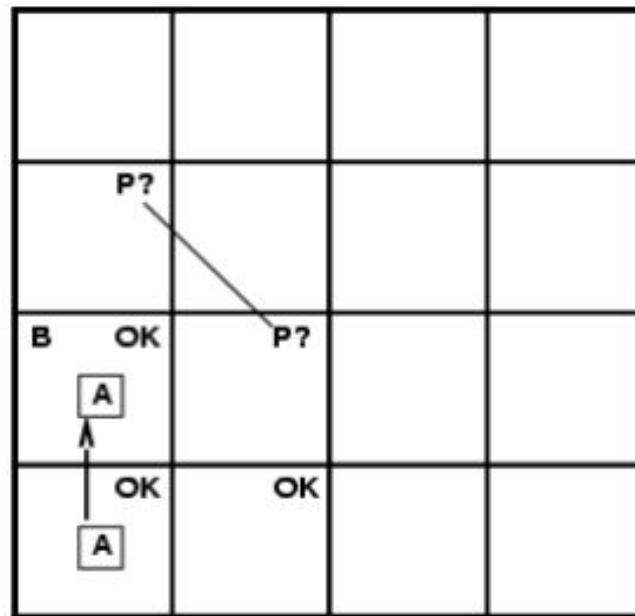
Deduz: [1,2] e [2,1] são seguros...

Mundo do Wumpus



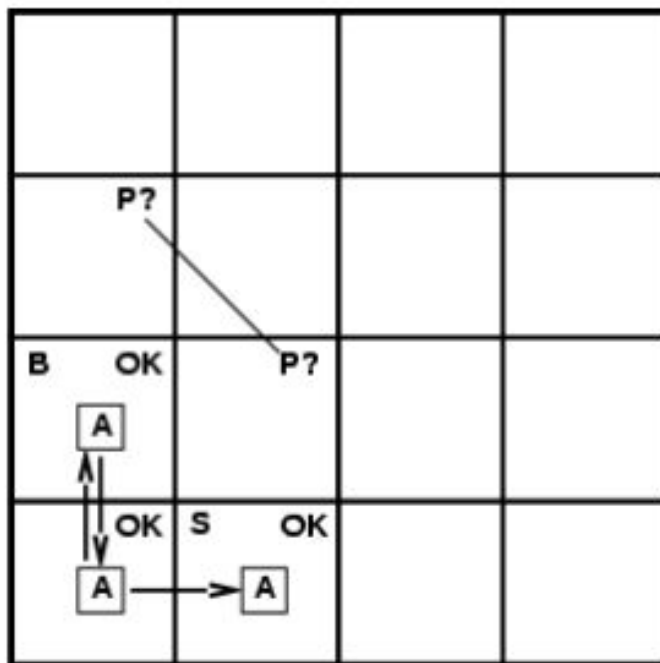
Segunda percepção: [nada, brisa ,nada ,nada ,nada]

Mundo do Wumpus



Dedução: poço em $[1,3]$ ou $[2,2]$
quadrado vazio em $[2,1]$

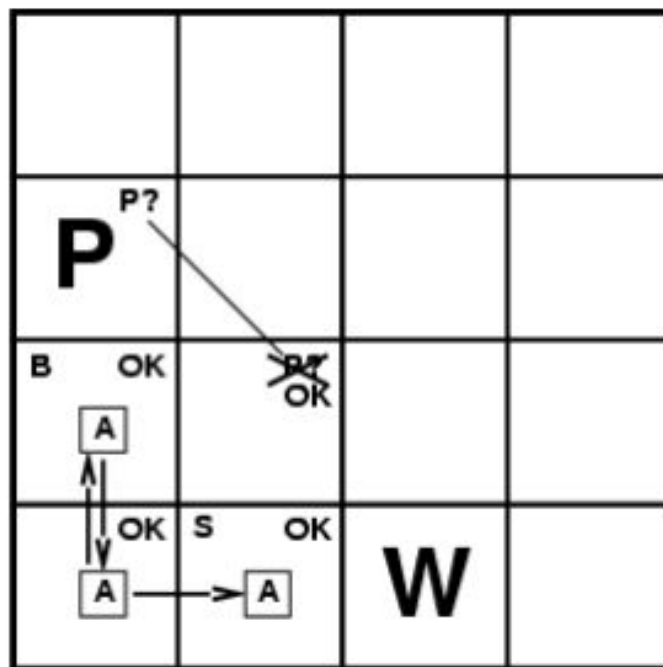
Mundo do Wumpus



Nova percepção: [fedor , nada , nada , nada , nada]

Nova dedução: wumpus em [3,1]

Mundo do Wumpus



Nova dedução: wumpus em [3,1] e poço em [1,3]
(pois não havia fedor em [1,2], nem brisa em [2,1])

Mundo do Wumpus

- Esta dedução é bastante difícil porque combina o conhecimento obtido em diferentes instantes em diferentes lugares ...
- O agente provou para si que não existe nem poço nem wumpus em [2,2], assim é possível mover-se para lá.
- Não mostramos o estado do agente em [2,2], apenas supomos que o agente se volta e vai para [2,3], descobre o brilho, agarra o ouro e volta para casa.

Lógica - Sintaxe

- .base de conhecimento consiste de sentenças...
- Sentenças são escritas com uma sintaxe;
- Sintaxe especifica sentenças bem formadas – ex.
em aritmética: $x + y = 4$.
 $x2y+=$: não é bem formada

Lógica - Semântica

- Define o significado das sentenças;
- em lógica: significado é a verdade de cada sentença em relação a cada mundo possível.
 - Ex. $x + y = 4$, verdade no mundo no qual $x=2$ e $y=2$, falso em um mundo no qual $x=1$ e $y = 1$.
- Em lógica clássica, as sentenças só podem ser verdadeiras ou falsas, não existe posição intermediária.
- Quando precisarmos ser exatos usamos o termo **modelo** em vez de “mundo possível”.

Lógica - Semântica

- Dizemos que “ m é um modelo de α ”: se α é verdade na interpretação m .
- Pode se dizer também que “ m satisfaz α ”.
- $M(\alpha)$ é o conjunto de todos os modelos de α .

Lógica - Semântica

- Dada duas sentenças α e β , se em todo modelo em que α é verdadeira, β também o é, então dizemos que β é consequência lógica de α :

$$\alpha \models \beta$$

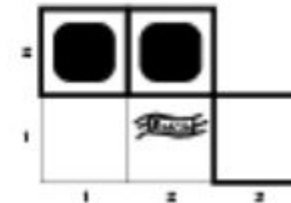
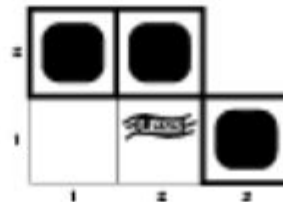
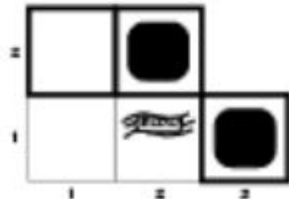
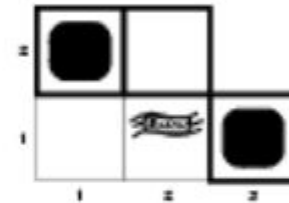
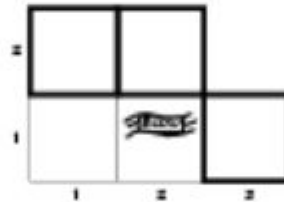
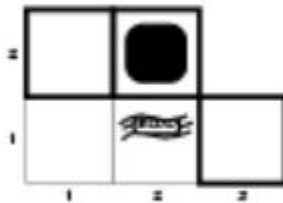
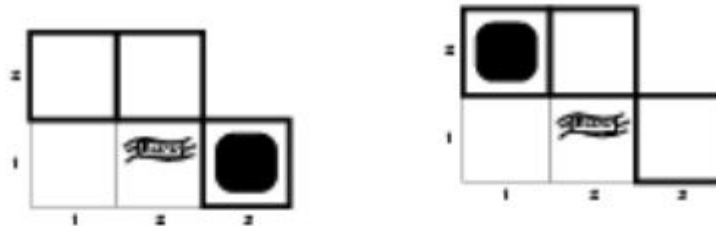
“se α é verdadeira, então β também deve ser.”

Obs.: $\alpha \models \beta$ sse $M(\alpha) \subseteq M(\beta)$.

Lógica – Semântica - Wumpus

- Situação após detectar nada em [1,1], mover à direita e brisa em [2,1]. Essas percepções combinadas com o conhecimento que o agente tem das regras do mundo do wumpus, constituem a BC.
- O agente está interessado em saber se os quadrados adjacentes [1,2], [3,1] e [2,2] contêm poços. Cada um dos três quadrados pode ou não conter um poço. Desse modo existem 8 modelos possíveis.

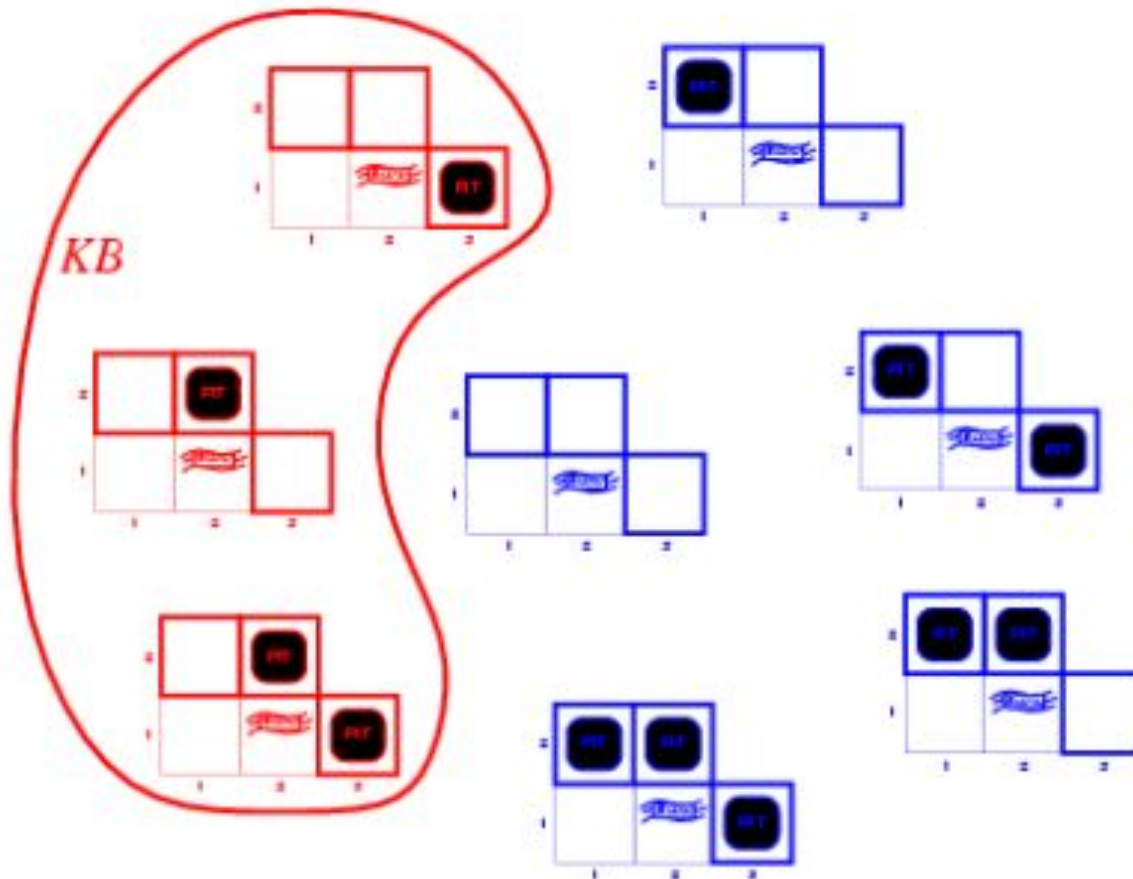
Lógica – Semântica - Wumpus



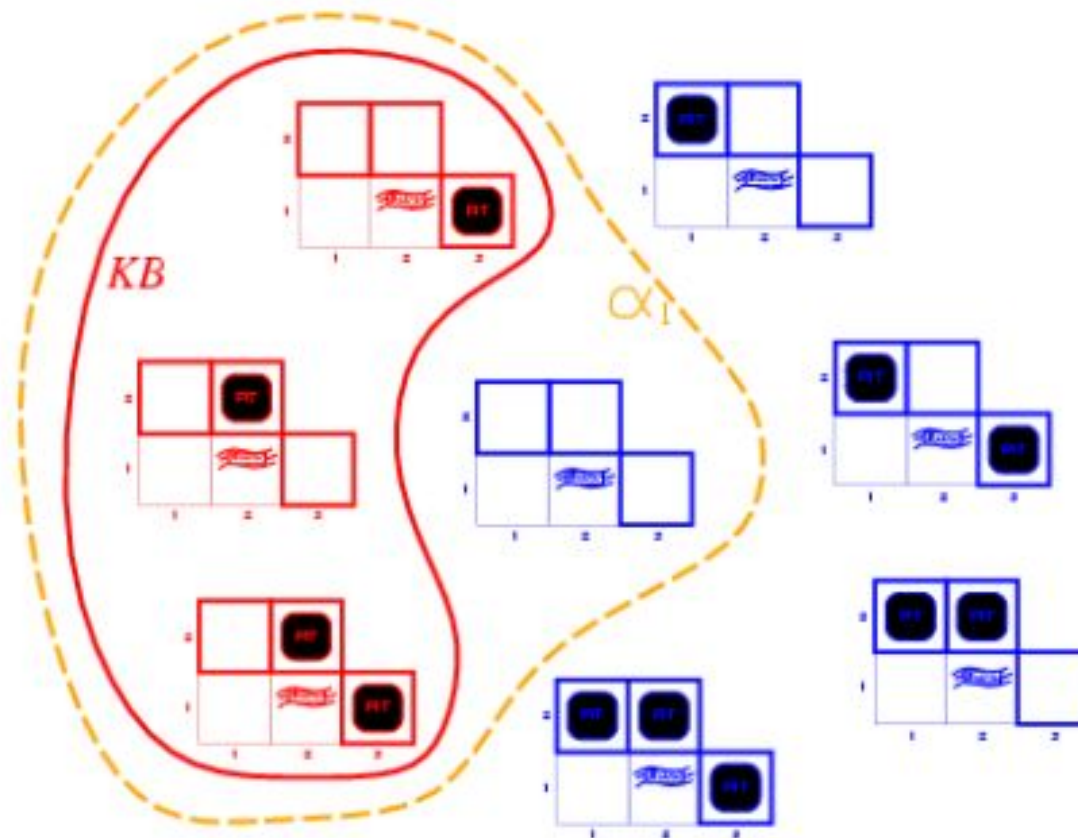
Lógica – Semântica - Wumpus

- A BC é falsa em modelos que contradizem o que o agente sabe, por exemplo, é falsa em qualquer modelo em que $[1,2]$ contém um poço porque não existe brisa em $[1,1]$.
- Na verdade há apenas três modelos em que a BC é verdadeira.

Lógica – Semântica - Wumpus

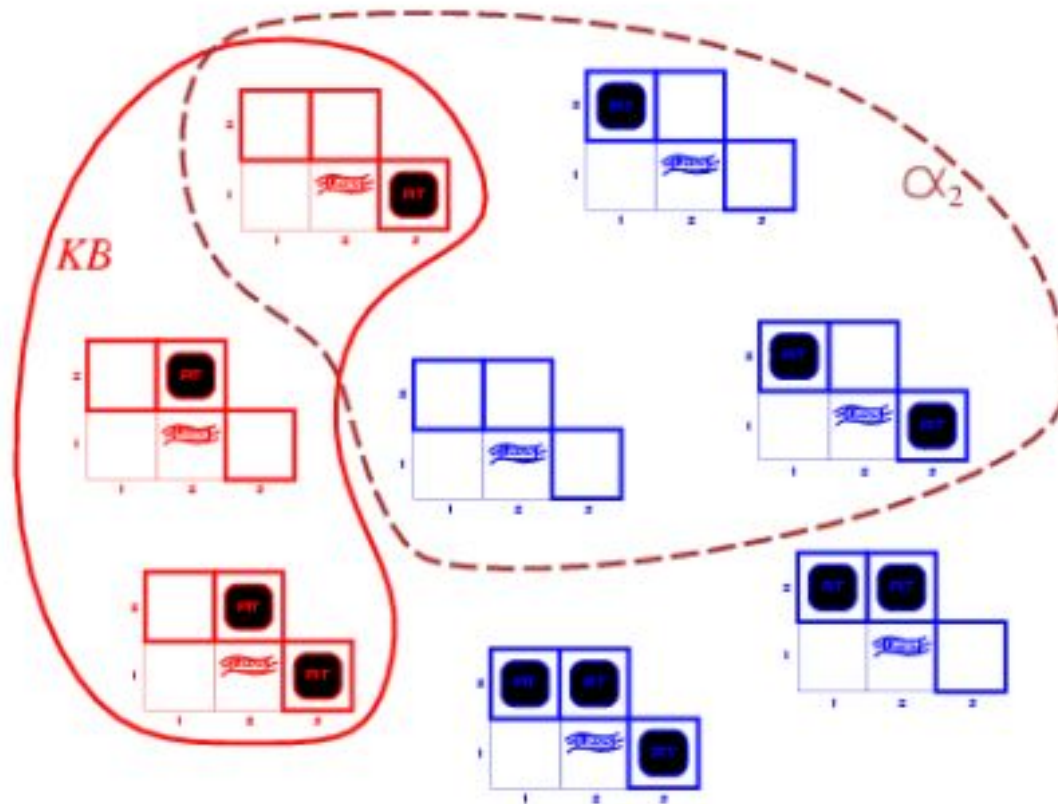


Lógica – Semântica - Wumpus



$\alpha_1 = "[1,2] \text{ é seguro}]", BC \models \alpha_1$

Lógica – Semântica - Wumpus



$\alpha_2 = "[2,2] \text{ é seguro}]", BC \neq \alpha_2$

Lógica – Semântica - Wumpus

- Em alguns modelos em que BC é verdadeira, α_2 é falsa, logo não há como deduzir se há um poço em [2,2] nem se não há...

Verificador de modelos

- Dizemos que “ m é um modelo de α ”: se α é verdade na interpretação m .
- Pode se dizer também que “ m satisfaz α ”.

$$\underline{M(BC) \subseteq M(\alpha)}.$$

Lógica Proposicional

- Com uso de lógica proposicional: sintaxe, semântica, prova de teoremas proposicionais mostraremos uma forma mais eficiente de determinar consequências lógicas como alternativa à verificação de modelos.

Lógica Proposicional: Sintaxe

- Dizemos que “ m é um modelo de α ”: se α é verdade na interpretação m .
- Pode se dizer também que “ m satisfaz α ”

Lógica Proposicional: Sentenças Complexas

- Dizemos que “ m é um modelo de α ”: se α é verdade na interpretação m .
- Pode se dizer também que “ m satisfaz α ”

Lógica Proposicional: Sintaxe - Precedência

Utilize parênteses:

$$\neg ((A \wedge B) \Rightarrow C)$$

Ou se apoie na ordem de precedência:

$$\neg, \wedge, \vee, \Rightarrow \text{ e } \Leftrightarrow$$

$\neg P \vee Q \wedge R \Rightarrow S$ equivale a:

$$((\neg P) \vee (Q \wedge R)) \Rightarrow S$$

Lógica Proposicional: Semântica

- A semântica define as regras para determinar a verdade de uma sentença em relação a um modelo específico.
- Um modelo proposicional simplesmente fixa o valor verdade para todo símbolo proposicional de uma BC:
- Exemplo : $m_1 = \{P_{1,2} = \text{falso}, P_{2,2} = \text{falso}, P_{3,1} = \text{verdadeiro}\}$.

Lógica Proposicional: Semântica

- Dizemos que “ m é um modelo de α ”: se α é verdade na interpretação m .

Lógica Proposicional: Semântica

Tabela verdade

P	Q	$\neg P$	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \Rightarrow Q$	$P \Leftrightarrow Q$
<i>false</i>	<i>false</i>	<i>true</i>	<i>false</i>	<i>false</i>	<i>true</i>	<i>true</i>
<i>false</i>	<i>true</i>	<i>true</i>	<i>false</i>	<i>true</i>	<i>true</i>	<i>false</i>
<i>true</i>	<i>false</i>	<i>false</i>	<i>false</i>	<i>true</i>	<i>false</i>	<i>false</i>
<i>true</i>	<i>true</i>	<i>false</i>	<i>true</i>	<i>true</i>	<i>true</i>	<i>true</i>

Base de Conhecimento Simples

- Vamos construir uma Base de Conhecimento para o mundo do Wumpus.
- $P_{x,y}$ é verdadeiro se existe um poço em $[x,y]$
- $W_{x,y}$ é verdadeiro se existe um wumpus em $[x,y]$, vivo o morto.
- $B_{x,y}$ é verdadeiro se o agente percebe uma brisa em $[x,y]$.
- $F_{x,y}$ é verdadeiro se o agente percebe um fedor em $[x,y]$
- $L_{x,y}$ é verdadeiro se o agente está no local $[x,y]$

Base de Conhecimento Simples

- Dizemos que “ m é um modelo de α ”: se α é verdade na interpretação m .

Base de Conhecimento Simples

- Dizemos que “ m é um modelo de α ”: se α é verdade na interpretação m .
- Pode se dizer também que “ m satisfaz α ”.

Base de Conhecimento Simples

- Dizemos que “ m é um mod ^{α_1} de ^{α_2} ”: se α é verdade na interpretação m_{α_1}

α_1

Base de Conhecimento Simples

- No entanto $P_{2,2}$ é verdadeira em dois dos três modelos e falsa em um; portanto não podemos dizer ainda se existe um poço em $[2,2]$.

$B_{1,1}$	$B_{2,1}$	$P_{1,1}$	$P_{1,2}$	$P_{2,1}$	$P_{2,2}$	$P_{3,1}$	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	BC
falso	falso	falso	falso	falso	falso	falso	verd.	verd.	verd.	verd.	falso	falso
falso	falso	falso	falso	falso	falso	verd.	verd.	verd.	falso	verd.	falso	falso
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
falso	verd.	falso	falso	falso	falso	falso	verd.	verd.	falso	verd.	verd.	falso
falso	verd.	falso	falso	falso	falso	verd.	verd.	verd.	verd.	verd.	verd.	<u>verd.</u>
falso	verd.	falso	falso	falso	verd.	falso	verd.	verd.	verd.	verd.	verd.	<u>verd.</u>
falso	verd.	falso	falso	falso	verd.	verd.	verd.	verd.	verd.	verd.	verd.	<u>verd.</u>
falso	verd.	falso	falso	verd.	falso	falso	verd.	falso	falso	verd.	verd.	falso
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
verd.	verd.	verd.	verd.	verd.	verd.	verd.	falso	verd.	verd.	falso	verd.	falso

Figura 7.9 Tabela-verdade construída para a base de conhecimento dada no texto. A BC é verdadeira se R_1 a R_5 são verdadeiras, o que acontece em apenas três das 128 linhas (as que estão sublinhadas na coluna do lado direito). Em todas as três linhas, $P_{1,2}$ é falsa e, assim, não existe nenhum poço em $[1,2]$. Por outro lado, pode haver (ou não) um poço em $[2,2]$.