Agentes que “raciocinam” logicamente

- O agente baseado em conhecimento
- O ambiente do mundo “Wumpus”
- Representação, raciocínio e lógica
- Lógica proposicional

  uma lógica muito simples
- Um agente para o mundo “Wumpus”

Lógica Proposicional

- SINTAXE
  - muito simples
  - símbolos
    - constantes lógicas
      - TRUE e FALSE
    - símbolos proposicionais
      - P, Q, ...
    - conectivas lógicas

$\wedge \quad \vee \quad \Leftrightarrow \quad \Rightarrow \quad \neg \quad (\ )$

Lógica Proposicional

- SENTENÇAS
  - constantes lógicas são sentenças
    - TRUE e FALSE
  - símbolos proposicionais são sentenças
    - P, Q, ...
  - parênteses incluindo uma senteça é uma sentença
    - $(P \wedge Q)$
  - uma sentença pode ser formada combinando-se sentenças mais simples com as conectivas

$\wedge$	conjunção lógica	**premissa** **conclusão**
$\vee$	disjunção lógica	
$\Rightarrow$	implicação (ou condicional)	$(P \wedge Q) \Rightarrow R$
$\Leftrightarrow$	equivalência (ou bicondicional)	$(P \wedge Q) \Leftrightarrow (Q \wedge P)$
$\neg$	negação	

Regras gramaticais (BNF)

- Sentença $\rightarrow$ Sentença Atômica | Sentença Complexa
- Sentença Atômica $\rightarrow$ TRUE | FALSE | P | Q | R | ...
- Sentença Complexa $\rightarrow$ (Sentença) | Sentença Conectiva Sentença | $\neg$Sentença
- Conectiva $\rightarrow$ $\wedge$ | $\vee$ | $\Rightarrow$ | $\Leftrightarrow$

- Ambigüidade $P \wedge Q \vee R$
  - ordem de precedência $\neg$ $\wedge$ $\vee$ $\Rightarrow$ $\Leftrightarrow$

Semântica

- P - Paris é capital da França
  - conectivas $\rightarrow$ funções $\rightarrow$ tabelas
  - tabelas-verdade

P	Q	$\neg P$	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \Rightarrow Q$	$P \Leftrightarrow Q$
False	*False*	*True*	*False*	*False*	*True*	*True*
False	*True*	*True*	*False*	*True*	*True*	*False*
True	*False*	*False*	*False*	*True*	*False*	*False*
True	*True*	*False*	*True*	*True*	*True*	*True*

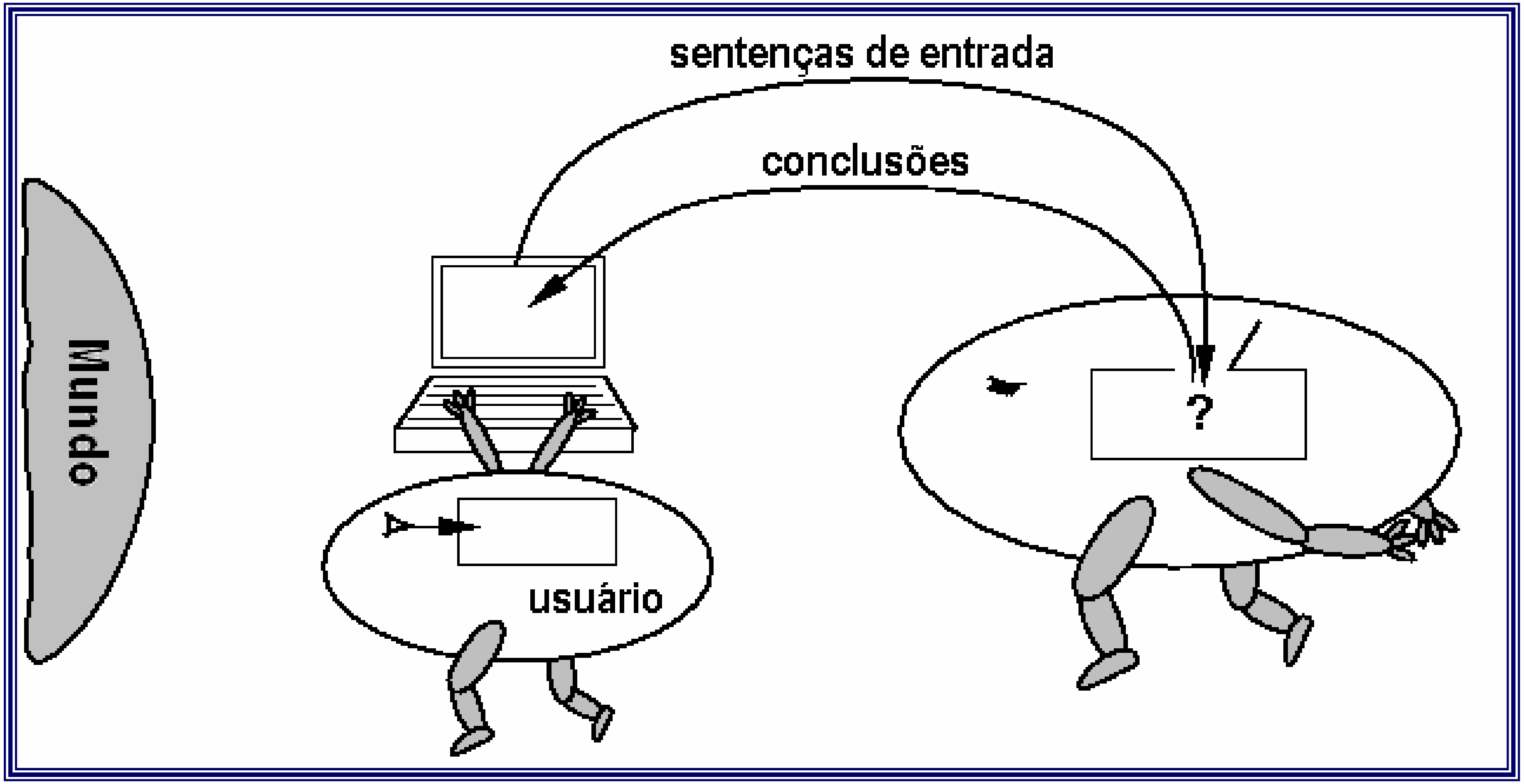
Validade e Inferência

- Tabelas-verdade $\Rightarrow$ validam sentenças

- $((P \vee H) \wedge \neg H) \Rightarrow P$

P	H	$P \vee H$	$(P \vee H) \wedge \neg H$	$((P \vee H) \wedge \neg H) \Rightarrow P$
False	*False*	*False*	*False*	*True*
False	*True*	*True*	*False*	*True*
True	*False*	*True*	*True*	*True*
True	*True*	*True*	*False*	*True*

O agente não tem independência de acesso



Modelos

- “Qualquer mundo no qual uma sentença é verdadeira sob uma interpretação particular é um modelo daquela sentença sob aquela interpretação.”
- No mundo Wumpus “$S_{1,2}$”
- Uma sentença α é implicada por uma base de conhecimento KB se os modelos de KB forem todos modelos de α.
- Se KB for verdade, α deve ser verdade.

Inferência proposicional

Seja $\alpha = A \vee B$ e $BC = (A \vee C) \wedge (B \vee \neg C)$

Será que $BC \models \alpha$?
Verifique todos os modelos possíveis – α deve ser verdadeiro sempre que BC for verdadeira

A	B	C	$A \vee C$	$B \vee \neg C$	BC	α
F	F	F				
F	F	V				
F	V	F				
F	V	V				
V	F	F				
V	F	V				
V	V	F				
V	V	V				

Inferência proposicional

Seja $\alpha = A \vee B$ e $BC = (A \vee C) \wedge (B \vee \neg C)$

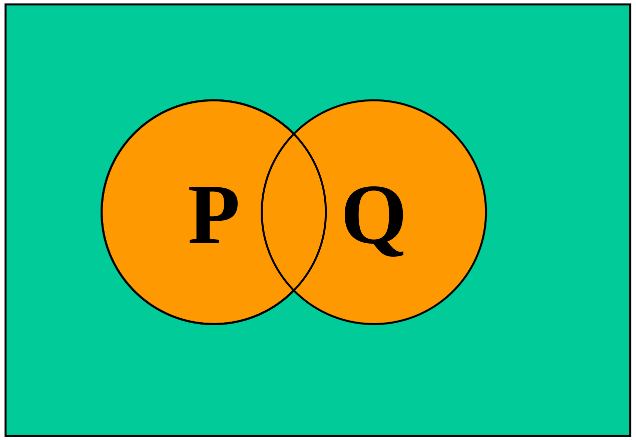
Será que $BC \models \alpha$?

Verifique todos os modelos possíveis – α deve ser verdadeiro sempre que BC for verdadeira

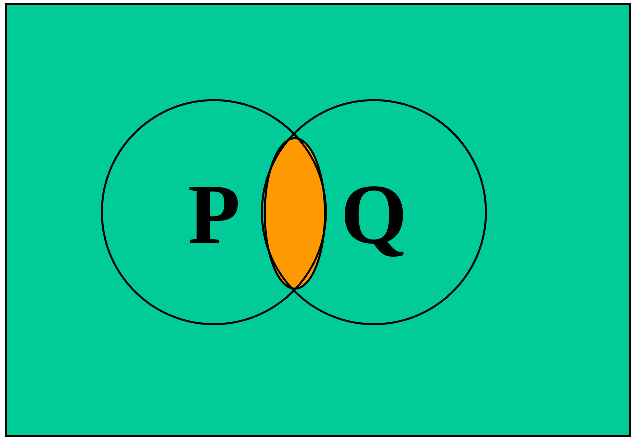
A	B	C	$A \vee C$	$B \vee \neg C$	BC	α
F	F	F	F	V	F	F
F	F	V	V	F	F	F
F	V	F	F	V	F	V
F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	V	V
V	F	V	V	F	F	V
V	V	F	V	V	V	V
V	V	V	V	V	V	V

Modelos

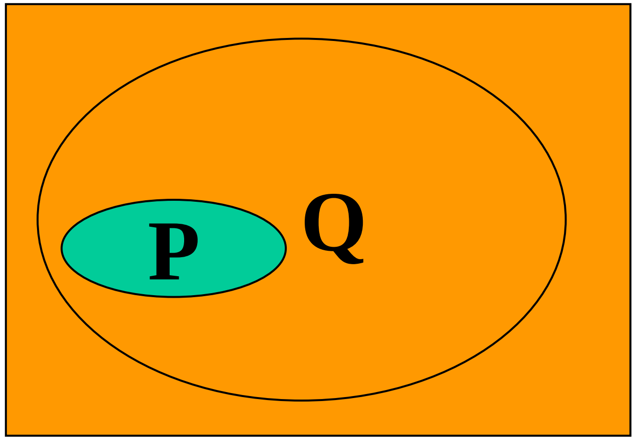
$P \vee Q$



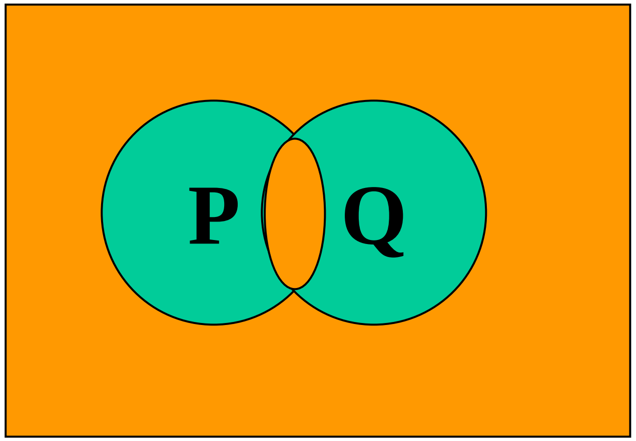
$P \wedge Q$



$P \Rightarrow Q$



$P \Leftrightarrow Q$



Regras de Inferência

$$\left.\begin{array}{c} \alpha \vdash \beta \\ \\ \dfrac{\alpha}{\beta} \end{array}\right\} \beta \text{ pode ser derivada de } \alpha \text{ pela inferência}$$

se alguma sentença na KB corresponde ao padrão acima da linha

⇩

a regra de inferência conclui a premissa abaixo da linha

Regras de Inferência

- Modus Ponens
  - de uma implicação e de sua premissa infere-se a conclusão

$$\frac{\alpha \Rightarrow \beta, \quad \alpha}{\beta}$$

- Eliminação de ANDs
  - de uma conjunção infere-se qualquer um dos conjuntos

$$\frac{\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \cdots \wedge \alpha_n}{\alpha_i}$$

Regras de Inferência

- Introdução de ANDs
  - de uma lista de sentenças infere-se sua conjunção

$$\frac{\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n}{\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \cdots \wedge \alpha_n}$$

- Introdução de ORs
  - de uma sentença infere-se sua disjunção com qualquer outra

$$\frac{\alpha_i}{\alpha_1 \vee \alpha_2 \vee \cdots \vee \alpha_n}$$

Regras de Inferência

- Eliminação de dupla negação
  - de uma sentença duplamente negada infere-se uma sentença positiva

$$\frac{\neg\neg\alpha}{\alpha}$$

- Resolução unitária
  - de uma disjunção, se um dos disjuntos for falso infere-se que o outro é verdadeiro

$$\frac{\alpha \vee \beta, \quad \neg\beta}{\alpha}$$

- Resolução
  - a implicação é transitiva

$$\frac{\alpha \vee \beta, \quad \neg\beta \vee \gamma}{\alpha \vee \gamma} \qquad \frac{\neg\alpha \Rightarrow \beta, \quad \beta \Rightarrow \gamma}{\neg\alpha \Rightarrow \gamma}$$

Formas Normais

Outros métodos de inferência utilizam operações sintáticas sobre sentenças, fazendo uso de formas padronizadas:

Forma Normal Conjuntiva (CNF – universal)

conjunção de *disjunções* de *literais*

Por ex., $(A \vee \neg B) \wedge (B \vee \neg C \vee \neg D)$

Forma Normal Disjuntiva (DNF – universal)

disjunção de *conjunções* de *literais*

Por ex., $(A \wedge B) \vee (A \wedge \neg C) \vee (A \wedge \neg D) \vee (\neg B \wedge \neg C) \vee (\neg B \wedge \neg D)$

Forma de Horn (restrita)

conjunção de *cláusulas de Horn* (cláusulas com 1 ou 0 literais positivos)

Por ex., $(A \vee \neg B) \wedge (B \vee \neg C \vee \neg D)$

Muitas vezes é escrito como um conjunto de implicações:

$B \Rightarrow A$ e $(C \wedge D) \Rightarrow B$

Validade e Insatisfabilidade

Uma sentença é <u>válida</u> se for verdadeira em <u>todos</u> os modelos

Ex.: $A \vee \neg A$, $A \Rightarrow A$, $(A \wedge (A \Rightarrow B)) \Rightarrow B$

Validade pode ser relacionada com inferência através do <u>Teorema de Dedução</u>:

$BC \models \alpha$ se e somente se $(BC \Rightarrow \alpha)$ for válida

Uma sentença é <u>satisfatível</u> se for verdadeira em <u>algum</u> modelo

Ex.: $A \vee B$, C

Uma sentença é <u>insatisfatível</u> se não for verdadeira em <u>nenhum</u> modelo

Ex.: $A \wedge \neg A$

Satisfatibilidade se relaciona com inferência através do seguinte:

$BC \models \alpha$ se e somente se $(BC \wedge \neg\alpha)$ é insatisfatível

por ex., provar α por *reductio ad absurdum*

Métodos de Prova

Métodos de prova se dividem (basicamente) em dois tipos:

⇒ Métodos para <u>"checar" modelos</u>

- enumerar a tabela verdade (coerente e completa no caso proposicional)
- busca heurística no espaço de modelos (coerente porém incompleta)
  ex.: o algoritmo GSAT (Exercício 6.15)

⇒ Métodos para <u>aplicar regras de inferência</u>

- Geração legítima (coerente) de novas sentenças a partir de antigas
- <u>Prova</u> = uma sequência de aplicações de regras de inferência

→ Regras de inferência como operadores num algoritmo de busca padrão

Coerência de Regras de Inferência

- Tabela-verdade da regra de Resolução

α	β	γ	$\alpha \vee \beta$	$\neg\beta \vee \gamma$	$\alpha \vee \gamma$
False	*False*	*False*	*False*	*True*	*False*
False	*False*	*True*	*False*	*True*	*True*
False	*True*	*False*	*True*	*False*	*False*
False	*True*	*True*	*True*	*True*	*True*
True	*False*	*False*	*True*	*True*	*True*
True	*False*	*True*	*True*	*True*	*True*
True	*True*	*False*	*True*	*False*	*True*
True	*True*	*True*	*True*	*True*	*True*

- $((P \vee H) \wedge \neg H) \Rightarrow P$
  - aplicando a regra de Resolução
    - P como α
    - H como β
    - vazio como γ

Complexidade

- Tabela-verdade

$$2^{n} \; linhas$$

símbolos

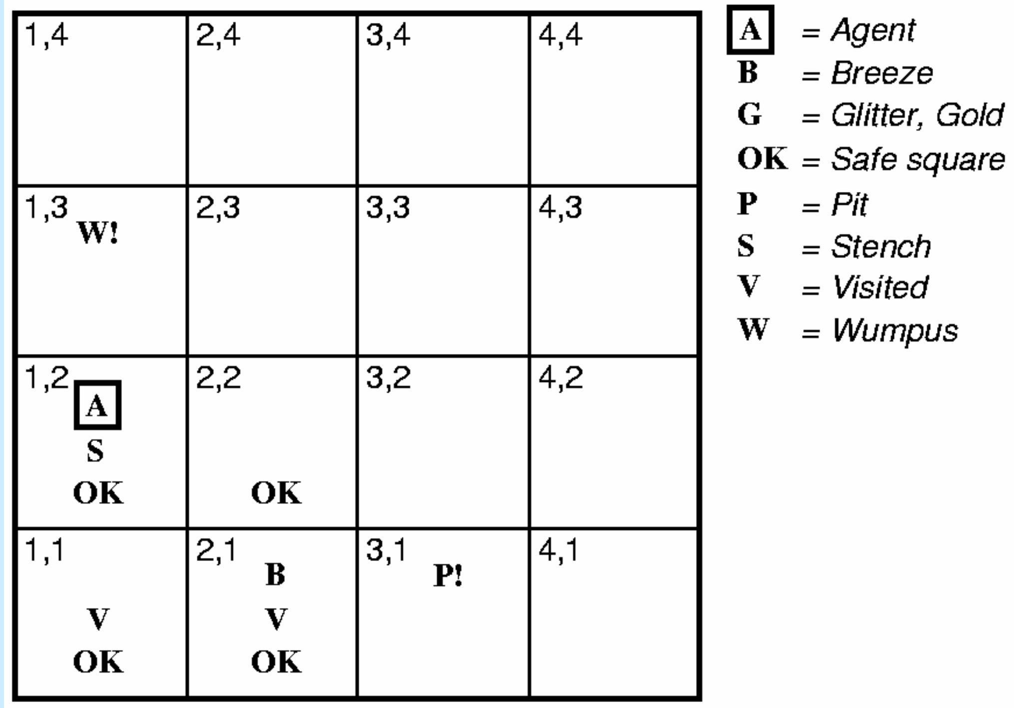
- Condição para inferir
  - Se $KB_1 \models \alpha$ então $(KB_1 \cup KB_2) \models \alpha$

- Localidade
  - regras aplicadas a poucas sentenças

- Sentenças de Horn $P_1 \wedge P_2 \wedge \cdots \wedge P_n \Rightarrow Q$
  - átomos não negados

Enquanto isso...

- No mundo Wumpus
- Base de Conhecimento



$\neg S_{1,1}$ $\qquad$ $\neg B_{1,1}$

$\neg S_{2,1}$ $\qquad$ $B_{2,1}$

$S_{1,2}$ $\qquad$ $\neg B_{1,2}$

$$R_1: \neg S_{1,1} \Rightarrow \neg W_{1,1} \wedge \neg W_{1,2} \wedge \neg W_{2,1}$$

$$R_2: \neg S_{2,1} \Rightarrow \neg W_{1,1} \wedge \neg W_{2,1} \wedge \neg W_{2,2} \wedge \neg W_{3,1}$$

$$R_3: \neg S_{1,2} \Rightarrow \neg W_{1,1} \wedge \neg W_{1,2} \wedge \neg W_{2,2} \wedge \neg W_{1,3}$$

$$R_4: S_{1,2} \Rightarrow W_{1,3} \vee W_{1,2} \vee W_{2,2} \vee W_{1,1}$$

Encontrando Wumpus

- 12 Símbolos

$S_{1,1}$ $S_{2,1}$ $S_{1,2}$

$B_{1,1}$ $B_{2,1}$ $B_{1,2}$

$W_{1,1}$ $W_{1,2}$ $W_{2,1}$ $W_{2,2}$ $W_{3,1}$ $W_{1,3}$

- $2^{12} = 4096$ linhas de tabela-verdade

Encontrando Wumpus

- Aplicando regras de inferência
  - modus ponens com $\neg S_{1,1}$ em R1

    $\neg W_{1,1} \wedge \neg W_{1,2} \wedge \neg W_{2,1}$

  - aplicando eliminação de ANDs

    $\neg W_{1,1} \quad \neg W_{1,2} \quad \neg W_{2,1}$

  - aplicando modus ponens a $\neg S_{2,1}$ e depois eliminação de ANDs em R2

    $\neg W_{2,2} \quad \neg W_{2,1} \quad \neg W_{3,1}$

  - aplicando modus ponens a $S_{1,2}$ em R4

    $W_{1,3} \vee W_{1,2} \vee W_{2,2} \vee W_{1,1}$

Encontrando Wumpus

- aplicando a resolução unitária

  assumindo α como $W_{1,3} \vee W_{1,2} \vee W_{2,2}$ e β como $W_{1,1}$

  $$W_{1,3} \vee W_{1,2} \vee W_{2,2}$$

- aplicando a resolução unitária

  assumindo α como $W_{1,3} \vee W_{1,2}$ e β como $W_{2,2}$

  $$W_{1,3} \vee W_{1,2}$$

- aplicando a resolução unitária

  assumindo α como $W_{1,3}$ e β como $W_{1,2}$

$$W_{1,3}$$

Do conhecimento à ação

- $A_{1,1} \wedge Leste_{A} \wedge W_{2,1} \Rightarrow \neg Prafrente$

- Perguntar para o agente
- Lógica proposicional não consegue responder a
  - Que ação eu devo tomar?

- Mas sim a questões como:
  - Devo ir pra frente? Devo virar à direita?

Um agente KB usando Lógica Proposicional

```
function PROPOSITIONAL-KB-AGENT(percept) returns an action
   static: KB, a knowledge base
           t, a counter, initially 0, indicating time

   TELL(KB, MAKE-PERCEPT-SENTENCE(percept, t))
   for each action in the list of possible actions do
      if ASK(KB, MAKE-ACTION-QUERY(t, action)) then
           t ← t + 1
           return action
   end
```

Resumo

Agentes lógicos aplicam inferência a uma base de conhecimento para derivar novas informações e tomar decisões

Conceitos básicos de lógica:

- sintaxe: estrutura formal de sentenças
- semântica: verdade de sentenças com relação a modelos
- implicação: verdade necessária de uma sentença dada uma outra
- inferência: derivar sentenças de outras sentenças
- coerência: derivações produzem somente sentenças "implicadas"
- completude: derivações podem produzir todas as sentenças "implicadas"

O mundo "Wumpus" necessita da habilidade de representar informações parciais e negadas, raciocinar através de casos, etc.

Lógica proposicional é suficiente para algumas dessas tarefas

O método da tabela verdade é coerente e completo para lógica proposicional

Referências e Links

- http://www.gpf-comics.com/games/wumpus/
  - jogo modernizado
- http://www.sunyit.edu/~schirot/Game/game.html
  - jogo on-line em Java
- http://www-cse.uta.edu/~holder/courses/cse5361/wumpus.html
  - simulador em C++ para X-Windows
- http://www.rpi.edu/~kirkd/wumpus/
  - estes caras implementaram um jogo real!!!!
- http://www.pvv.ntnu.no/~shd/projects/wumpus/
  - jogo on-line em Java
- http://www.cs.ucla.edu/~apulliam/wumpus/
  - outro jogo on-line em Java
- http://www.cis.temple.edu/~ingargio/cis587/readings/wumpus.shtml
  - um detalhamento, simples e bem feito, do jogo
- http://www.kr.tuwien.ac.at/students/prak_wumpusjava/simulator/Welcome.html
  - um projeto mais sofisticado em Java. Muito bem feito!!!

Referências e Links

- Guia de Prolog
  - http://www.kr.tuwien.ac.at/students/prak_wumpusjava/simulator/Welcome.html
- Links sobre Prolog
  - http://www.apenrade.dk/prolog_links.html

HOFSTADTER, Douglas R.

GÖDEL, ESCHER E BACH

UM ENTRELAÇAMENTO DE GENIOS BRILHANTES

Editora da UnB, 866 páginas, 2001.