

Sejam  $R$  e  $S$  as seguintes relações binárias sobre  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ , com as seguintes representações:

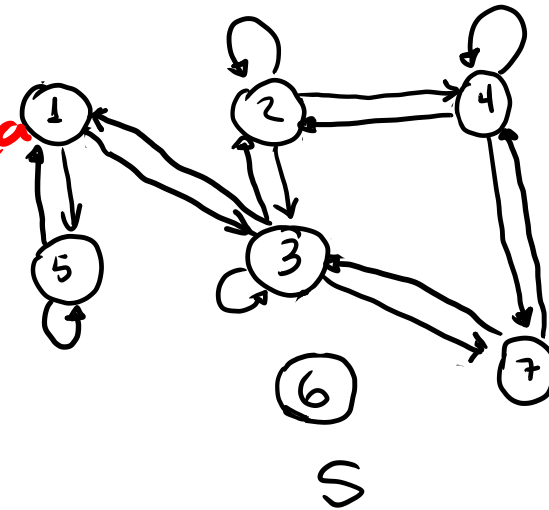
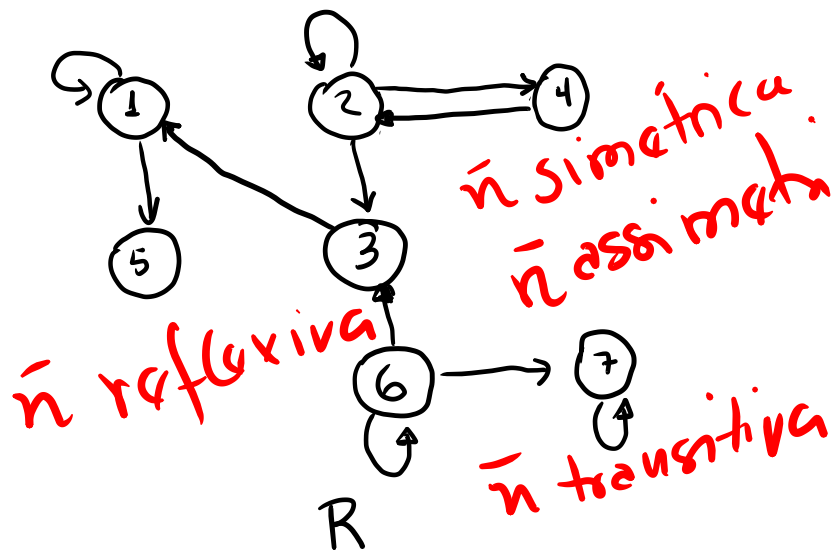
$$R = \{(1, 1), (1, 5), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (4, 2), (6, 3), (6, 6), (6, 7), (7, 7)\}$$

$$S = \{(1, 3), (1, 5), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 7), (4, 4), (4, 7), (5, 1), (5, 5), (7, 3), (7, 4)\}$$

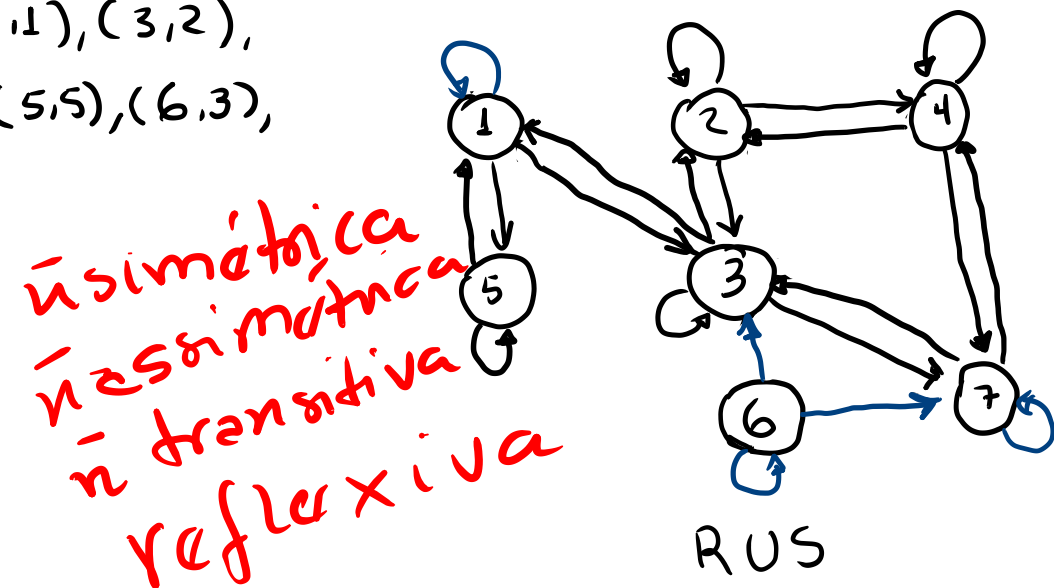
a) Desenhe os diagramas de  $R$  e  $S$ ;

b) Construa  $R \cup S$  e desenhe seu diagrama;

c) Indique se  $R$ ,  $S$  e  $R \cup S$  são simétricas, assimétricas, transitivas, reflexivas.



b)  $R \cup S = \{(1, 1), (1, 3), (1, 5), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 7), (4, 2), (4, 4), (4, 7), (5, 1), (5, 5), (6, 3), (6, 6), (6, 7), (7, 3), (7, 4), (7, 7)\}$

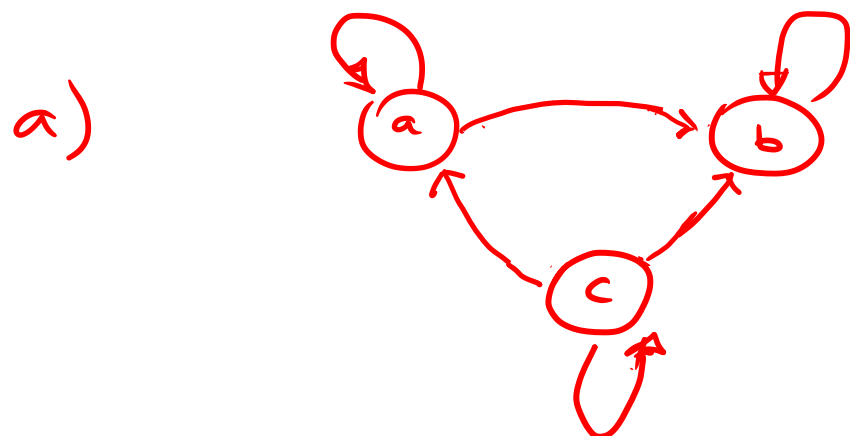


c)

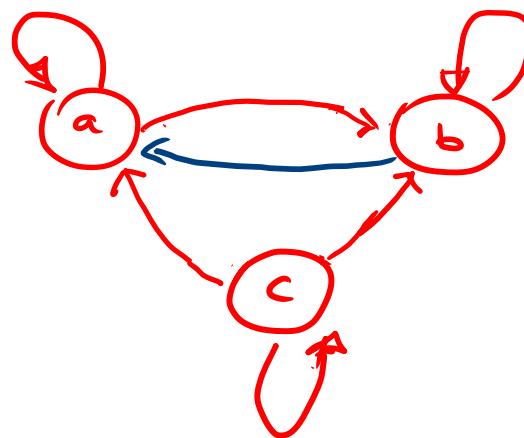
2. Desenhe grafos dirigidos representando relações dos tipos:

a) Reflexiva, transitiva, assimétrica

b) Reflexiva, transitiva, nem simétrica, nem assimétrica.



b)



3. Seja  $R \subseteq A \times A$  Em quais casos R é uma ordem parcial ou ordem total?

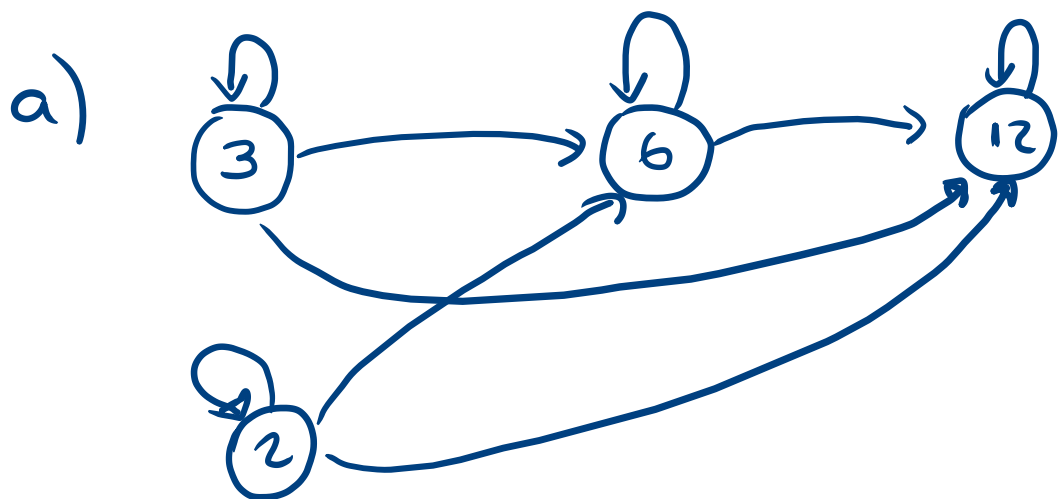
a) A: inteiros positivos |  $(a, b) \in R \iff b$  é divisível por  $a$ .

a) A: conjunto de todas as palavras em português |  $(a, b) \in R \iff a$  é maior que  $b$ .

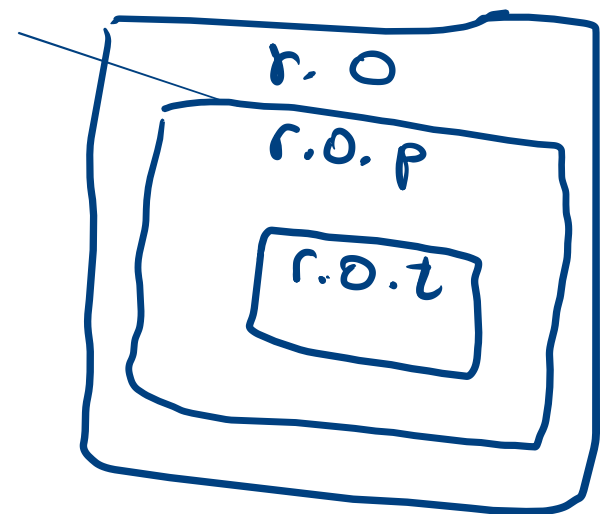
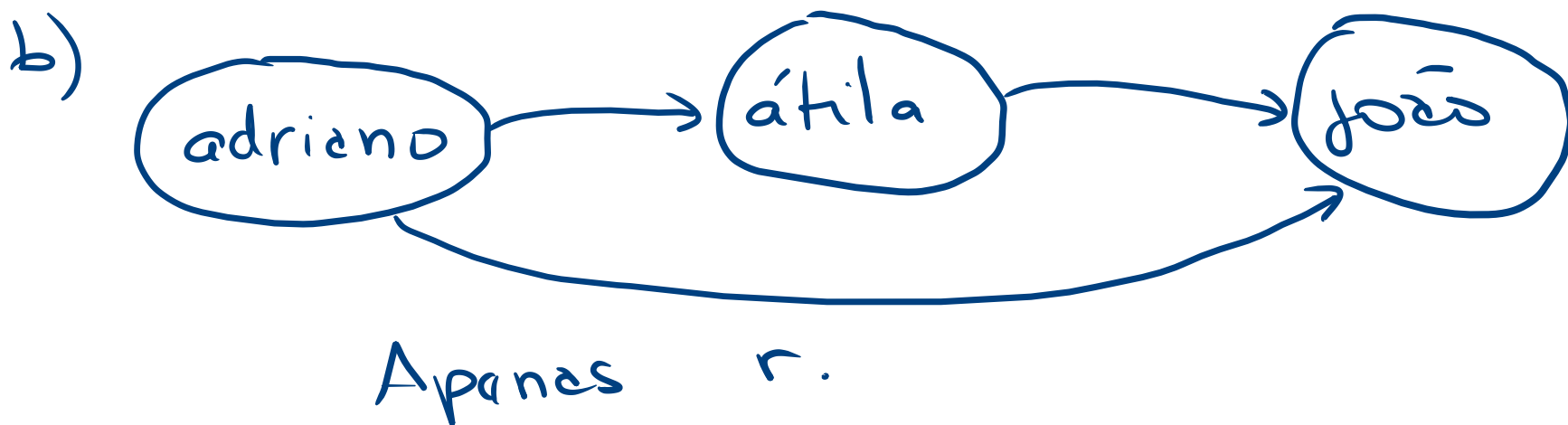
3. Seja  $R \subseteq A \times A$  Em quais casos  $R$  é uma ordem parcial ou ordem total?

a)  $A$ : inteiros positivos |  $(a, b) \in R \iff b$  é divisível por  $a$ .

b)  $A$ : conjunto de todas as palavras em português |  $(a, b) \in R \iff a$  é maior que  $b$ .



relação de ordem  $\Rightarrow$  trans.  
 relação de ordem parcial.  
 $\bar{N}$  é r.o.t.  $(2,3) \notin R$



4. Os seguintes conjuntos são fechados sob as seguintes operações? Se não são, quais os respectivos fechos?

a) Inteiros pares sob multiplicação

b) Inteiros negativos sob subtração

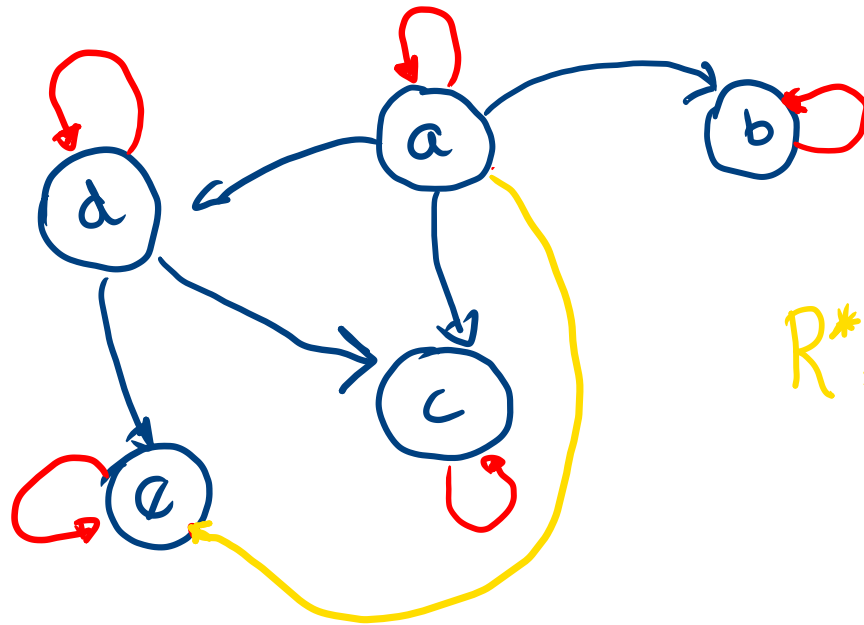
a) Sim, pois par multiplicado por par sempre dá par.

b) Não, pois  $-2 - (-4) = 2$  que é  $\mathbb{Z}^+$ .

A operação de adição seria fechada para  $(a, b)$ , desde que  $a \neq b$ .

5. Qual o fecho transitivo reflexivo ( $R^*$ ) de  $R = (a, b), (a, c), (a, d), (d, c), (d, e)$ ? Desenhe o grafo dirigido de  $R^*$ .
6. Dê exemplos de uma relação binária que não é reflexiva, mas tem um fecho transitivo que é reflexivo.

5)



$$R^* = \{ (a, b), (a, c), (a, d), (d, c), (d, e), (a, e), (a, a), (b, b), (c, c), (d, d), (e, e) \}$$

6)

