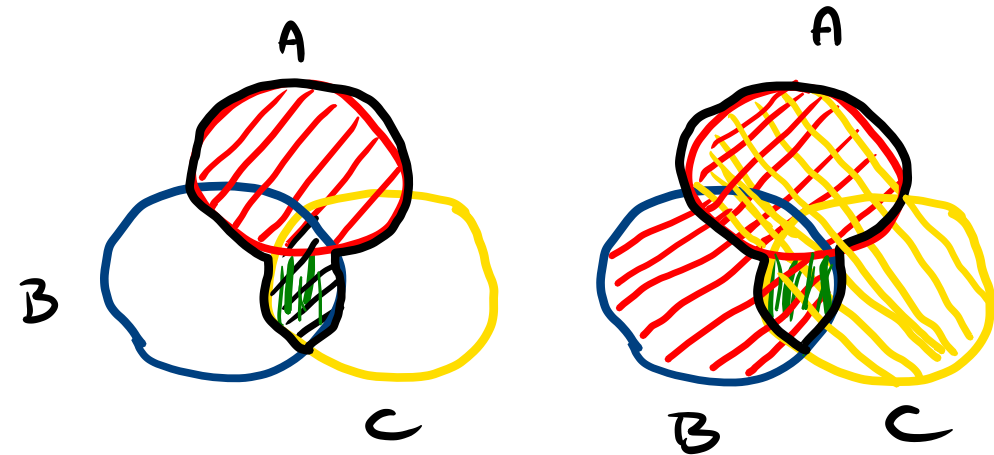


3. Prove que:

a)  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

b)  $A \cap (A \cup B) = A$

c)  $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$



a) seja  $E = A \cup (B \cap C)$  e  $D = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

Para que  $E = D$ ,  $E \subseteq D$  e  $D \subseteq E$

Em  $E$  vemos que um elemento  $x$  está em  $A$  ou em  $B$  e  $C$ . Se  $x$  está em  $A$  também estaria em  $D$ , pois no lado direito  $x$  está pelo menos em  $A$ . Se  $x$  está em  $B$  e  $C$ ,  $x$  está no primeiro parêntesis de  $D$  e também no segundo parêntesis de  $D$ .

Logo,  $E \subseteq D$

Em  $D$  se  $x$  estiver em  $A$ , então  $x \in E$ ,

pois vemos que o resultado é no mínimo  $A$ . Logo  $x$  estaria em  $E$ . Se  $x$  não está em  $A$ ,  $x$  deve estar em  $B$  e  $C$ . Assim  $x$  também está em  $E$ . Logo  $D \subseteq E$ .

Como  $E \subseteq D$  e  $D \subseteq E$ ,  $E = D$

3. Prove que:

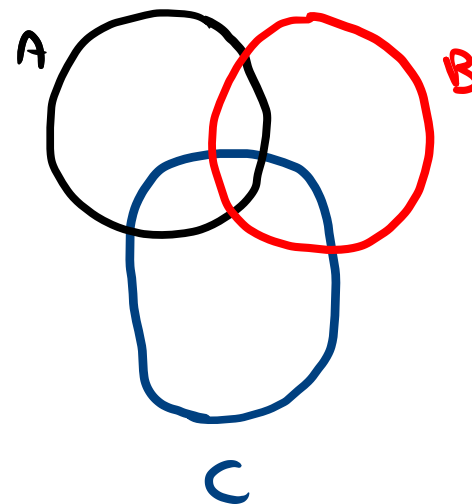
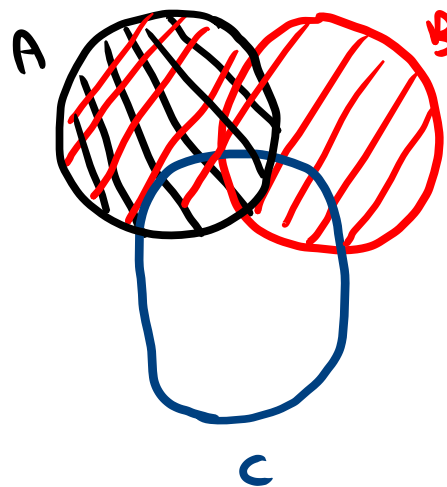
a)  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

b)  $A \cap (A \cup B) = A$

c)  $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$

b) seja  $E = A \cap (A \cup B)$ ,  $D = A$   
e  $x \in E$ .

se  $x \in B$ ,  $x$  também deve  
pertencer a  $A$ , caso  
contrário  $E = \emptyset$ . Logo,  $E \subseteq D$   
Se  $x \in D$ ,  $x \in A$  e  $D \subseteq E$ .  
Assim como  $E \subseteq D$  e  $D \subseteq E$ ,  
 $E = D$ .

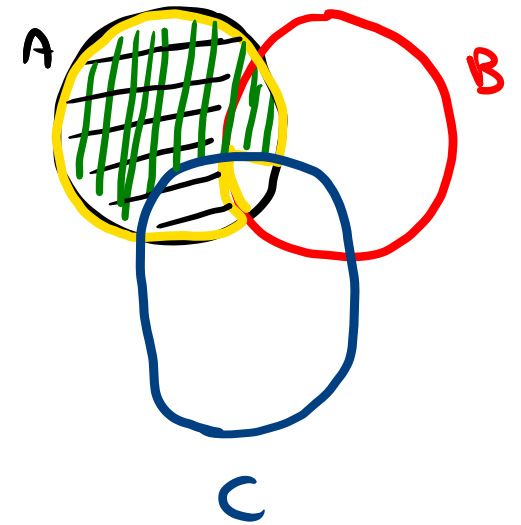
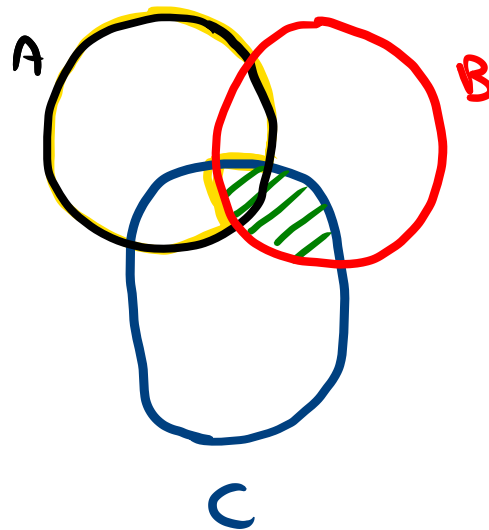


3. Prove que:

a)  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

b)  $A \cap (A \cup B) = A$

c)  $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$



$$E = A - (B \cap C)$$

$$D = (A - B) \cup (A - C)$$

$\forall x \in E$ , logo  $x \in A$ , mas  $x \notin B$  e  $x \notin C$

Logo,  $E \subseteq D$

$\forall x \in D$ , logo  $x \in A$ , mas  $x \notin B$  ou  $x \in A$ , mas  $x \notin C$

Logo  $D \subseteq E$ . Assim, como  $E \subseteq D$  e  $D \subseteq E$ ,  $E = D$

4. Seja  $A = \{a, b, c, d\}$ .

a) Quais as partições que possuem o menor e o maior número de elementos?

b) Liste todas as partições de  $A$  com exatamente 2 elementos.

$$a) \quad \Pi_{\text{menor}} = \{ \{a, b, c, d\}, \emptyset \}, \text{ 1 elemento}$$

$$\Pi_{\text{maior}} = \{ \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\} \}$$

$$b) \quad \Pi_{21} = \{ \{a\}, \{b, c, d\} \}$$

$$\Pi_{22} = \{ \{b\}, \{a, c, d\} \}$$

$$\Pi_{23} = \{ \{c\}, \{a, b, d\} \}$$

$$\Pi_{24} = \{ \{d\}, \{a, b, c\} \}$$

$$\Pi_{25} = \{ \{a, b\}, \{c, d\} \}$$

$$\Pi_{26} = \{ \{a, c\}, \{b, d\} \}$$

$$\Pi_{27} = \{ \{a, d\}, \{b, c\} \}$$