Gramáticas

Prof Dr Osvaldo Vargas Jaques
Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
Ciência da Computação
Linguagens Formais e Autômatos

Definição formal

- Uma gramática é uma quádrupla G=(V, T, P, S)
  - V : um alfabeto finito conhecido como variáveis ou símbolos não terminais. São usados como nomes para categorias sintáticas.
    - Exemplos de categoria sintática
      - Em Português : Sentença, Predicados, …, Verbo;
      - Em C : Programa, Bloco, Função
  - T: um alfabeto finito conhecido como símbolos terminais. São aqueles que aparecem nos programas de uma linguagem de programação (if, for, while, ==,…) ou as palavras das Língua Portuguesa, por exemplo.
  - P: um conjunto finito de regras ou produções da forma $A \to B$, onde:

    1. $A \in (V \cup T)^+$, isto é, é o conjunto de cadeias não vazias sobre V e T
    2. $B \in (V \cup T)^*$
  - A interpretação da regra $A \to B$ é que A pode ser substituído por B sempre que A aparecer.
    - Exemplo: em Português

      $\text{SentençaInterrogativa} \to \text{Sentença ?}$

      $\text{Sentença} \to \text{SentençaNominal SentençaVerbal}$
  - $S \in V$ é chamado axioma, símbolo de partida ou símbolo inicial de G. S é o nome da categoria sintática principal

Observação

1. $V \cap T = \varnothing$

2. Os elementos de T, por convenção são representados por letras minúsculas a, b, c, d, …

3. Os elementos de V são representados por letras maiúsculas

4. As cadeias mistas, ou seja as cadeias que pertencem a $(N \cup V)^*$ são representadas por letras gregas (α, β, δ, γ, ...)

Exemplo 1

$$G1 = (\underbrace{\{S, A, B\}}_{V},\ \underbrace{\{a, b\}}_{T},\ \underbrace{P}_{P},\ \underbrace{S}_{S})$$

onde: $P = \{$ 1) $S \rightarrow AB$

2) $A \rightarrow a$

3) $B \rightarrow b$ $\}$

Portanto, $S \xrightarrow{1)} AB \xrightarrow{2)} aB \xrightarrow{3)} ab$

Exemplo 2

V= {Sentença, Sn, Sv, Artigo, Verbo, Substantivo, Complemento}

T = {peixe, isca, mordeu, o, a}

P = { 1) Sentença $\rightarrow$ Sn Sv

2) Sn $\rightarrow$ Artigo Substantivo

3) Sv $\rightarrow$ Verbo Complemento

4) Artigo $\rightarrow$ o

5) Artigo $\rightarrow$ a

6) Substantivo $\rightarrow$ peixe

7) Substantivo $\rightarrow$ isca

8) Verbo $\rightarrow$ mordeu}

- S = Sentença

Forma Normal de Backus (FNB)

Neste caso, o $\rightarrow$ é substituido por ::= e os não terminais são ladeados por <>

A FNB (ou BNF) é usada para definir gramáticas com a seguinte característica: o lado esquerdo de cada regra é composto por um único símbolo não terminal.

No caso de repetições de lado esquerdo:

$<A> ::= \alpha_1$

$<A> ::= \alpha_2$

$\vdots \qquad \vdots$

$<A> ::= \alpha_n$

escreve-se $<A> ::= \alpha_1 | \alpha_2 | \ldots | \alpha_n$

Os símbolos <, >, ::=, | formam a meta-linguagem, ou seja, são símbolos que não fazem parte da linguagem, mas ajudam a descrevê-la.

Exemplo 3:
Gerando uma sentença sintaticamente correta

V= {<sentença>, <sn>, <sv>, <artigo>, <subst>,
<verbo>, <complemento>}

T = {peixe, isca, comeu, o, a}

S = <sentença>

P = { 1) <sentença> ::= <sn> <sv>

2) <sn> → <artigo> <substantivo>

3) <sv> → <verbo> <complemento>

4) <complemento> → <artigo> <substantivo>

5) <artigo> → o | a

6) <verbo> → comeu

7) <subst> → peixe | isca }

<sentença>

Exemplo 3:
Gerando uma sentença sintaticamente correta

V= {<sentença>, <sn>, <sv>, <artigo>, <subst>,
<verbo>, <complemento>}

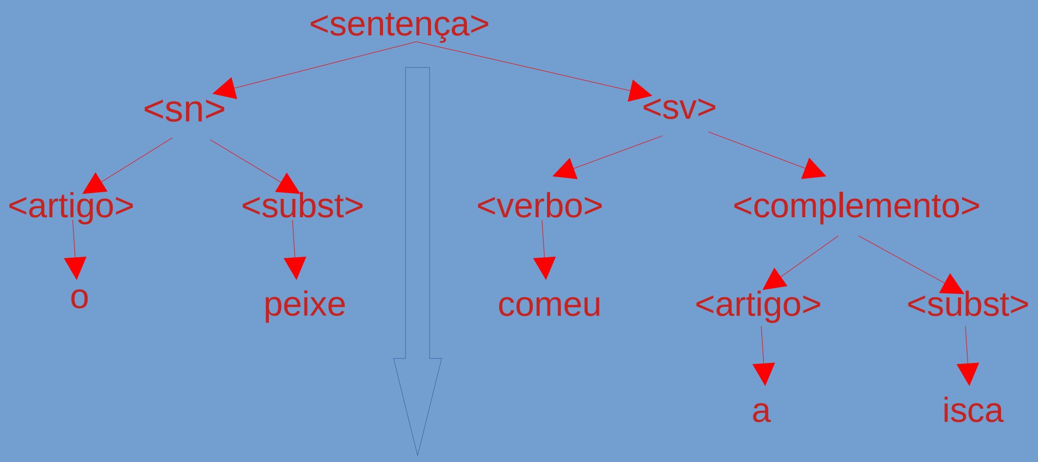
T = {peixe, isca, comeu, o, a}

S = <sentença>

P = { 1) <sentença> ::= <sn> <sv>

- 2) <sn> ::=<artigo> <substantivo>
- 3) <sv> ::= <verbo> <complemento>
- 4) <complemento> ::= <artigo> <substantivo>
- 5) <artigo> ::= o | a
- 6) <verbo> ::= comeu
- 7) <subst> ::= peixe | isca }

O peixe comeu a isca



Árvore de derivação sintática

Geração direta

- Considere $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in (V \cup T)^*$
- Uma cadeia $\alpha\gamma\beta$ **gera diretamente** $(\rightarrow)$ uma cadeia $\alpha\delta\beta$ se e somente se (sss)

$$(\gamma \rightarrow \delta) \in P$$

Exemplo 1:

$G1 = (\underbrace{\{S, A, B\}}_{V}, \underbrace{\{a, b\}}_{T}, \underbrace{P}_{P}, \underbrace{S}_{S})$

onde: $P = \{$ 1) $S \rightarrow AB$
2) $A \rightarrow a$
3) $B \rightarrow b$ $\}$

$\alpha\ \gamma\ \beta \qquad \alpha\ \delta\ \beta \qquad \gamma \qquad \delta$

- No Ex. 1 $\quad a\ B \rightarrow a\ b$ pois $B \rightarrow b$

Geração em 0 ou mais passos

Uma cadeia α gera ($\xrightarrow{*}$) uma cadeia β <u>sss</u> ∃ $\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_n$, tal que

$\alpha \to \gamma_1 \to \gamma_2 \to \ldots \to \gamma_n \to \beta, \ n \geq 0$

No exemplo 1

$S \xrightarrow{*} ab$

$S \xrightarrow{*} aB$

$AB \xrightarrow{*} ab$

$ab \xrightarrow{*} ab$ (zero passos)

No exemplo 2

<sentença> $\xrightarrow{*}$ o peixe mordeu a <subst>

<complemento> $\xrightarrow{*}$ o <subst>

Exemplo 1:

$$G1 = (\underbrace{\{S, A, B\}}_{V}, \underbrace{\{a, b\}}_{T}, \underbrace{P}_{P}, \underbrace{S}_{S})$$

onde: $P = \{\ 1)\ S \to AB$

$2)\ A \to a$

$3)\ B \to b\ \}$

Forma sentencial e sentença

- Uma cadeia $\alpha \in (V \cup T)^*$ é uma **forma sentencial** de G <u>sss</u> $S \overset{*}{\rightarrow} \alpha$ ou seja, α é um embrião para uma cadeia gerada pela gramática.

  No Ex. 1

  - aB, AB, S, ab são formas sentenciais
  - já bA $\in (V \cup T)^*$ mas não é forma sentencial

Exemplo 1:

$$G1 = (\underbrace{\{S, A, B\}}_{V}, \underbrace{\{a, b\}}_{T}, \underbrace{P}_{P}, \underbrace{S}_{S})$$

onde: $P = \{\ 1)\ S \rightarrow AB$

$2)\ A \rightarrow a$

$3)\ B \rightarrow b\ \}$

- Uma forma sentencial, α, é uma sentença de G <u>sss</u> $\alpha \in T^*$.

  Portanto, as cadeias geradas pela gramática são as sentenças de G.

Exemplo 4

- G_1 = ({A,B}, {a,b,c}, P, A) onde

  P = { 1) A $\rightarrow$ aB

  2) B $\rightarrow$ bB

  3) B $\rightarrow$ c }

- X= abbbc é uma sentença de G_1? Sim

  $A \xrightarrow{1} aB \xrightarrow{2} abB \xrightarrow{2} abbB \xrightarrow{2} abbbB \xrightarrow{3} abbbc$

Linguagem gerada e equivalência

- $L(G) = \{\alpha \mid \alpha$ é uma sentença $G\}$ é a linguagem gera por G, ou seja, $L(G) = \{\alpha \in T^* \mid S \xrightarrow{*} \alpha\}$

- Duas gramaticas G_1 e G_2 são equivalentes <u>sss</u> $L(G_1) = L(G_2)$