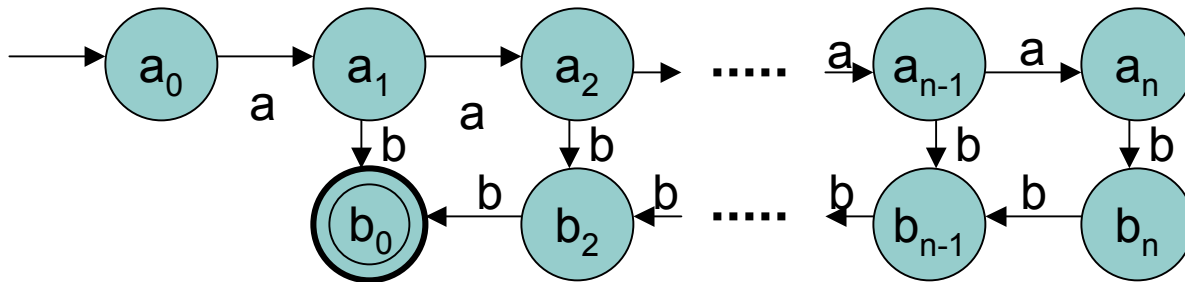


LINGUAGENS NÃO REGULARES

- Para entender o poder de um AF temos de entender também o poder de suas limitações.
- Algumas linguagens não podem ser reconhecidas por um AF.
- A linguagem $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$. Se tentarmos encontrar um AFD que reconheça L , um estado da máquina precisaria saber (indicar) quantos a 's foram lidos.



- Mas n não é limitado, dando assim um número ilimitado de possibilidades.

LINGUAGENS NÃO REGULARES

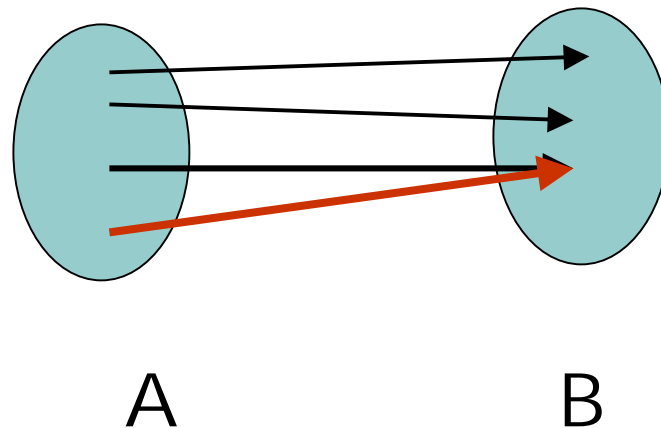
- Conclusão: Não podemos construir um AF que reconheça L com um número finito de estados.
- Basta argumentar que L é não regular justamente por que o número de a 's é ilimitado?

LINGUAGENS NÃO REGULARES

- Isso não é verdade.
- Sejam as seguintes linguagens:
 - $C = \{w \mid w \text{ tem um igual número de 0s e 1s}\}$
 - $D = \{w \mid w \text{ tem um igual número de ocorrências de 01 e 10 como substrings}\}$
- C é não regular
- D surpreendentemente é regular
- Precisamos portanto de provas matemáticas.

PRINCÍPIO DA CASA DE POMBO

- Se A e B são conjuntos finitos e $|A| > |B|$, então não há nenhuma função injetora de A para B



- Em outras palavras, se tentarmos corresponder os elementos de A (os 'pombos') com os elementos de B (as casas dos pombos), cedo ou tarde teremos de colocar mais de um pombo em uma mesma casa.

LINGUAGENS NÃO REGULARES

- Duas propriedades compartilhadas por todas as LR's mas não por certas LNR's
 - (1) Como uma string é varrida da esquerda para a direita, a quantidade de memória que é requerida visa a determinar se a string está ou não na linguagem e se deve ser limitada. Esperamos que $a^n b^n$ seja não regular, uma vez que é difícil imaginar como se poderia construir um dispositivo de estados finitos que corretamente lembrasse, ao alcançar o limite de a's e os b's, quantos a's teria visto para o número pudesse ser comparado com o número de b's.

LINGUAGENS NÃO REGULARES

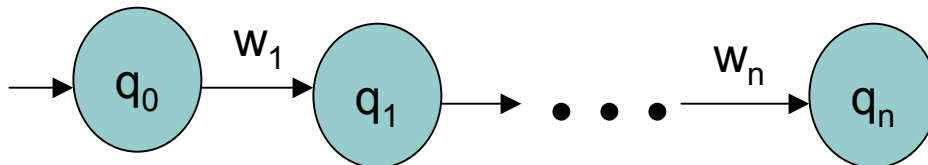
- Continuação...
 - (2) LRs com número infinito de strings são representadas por AF's com ciclos e ER envolvendo '*'. Tais linguagens devem ter subconjuntos infinitos com uma estrutura simples e repetitiva que surge da '*' em uma ER correspondente ou um circuito no diagrama de estados de um AF.
- Essas idéias intuitivas são precisas mas não suficientemente precisas para utilizar em provas não formais.

PUMPING LEMMA

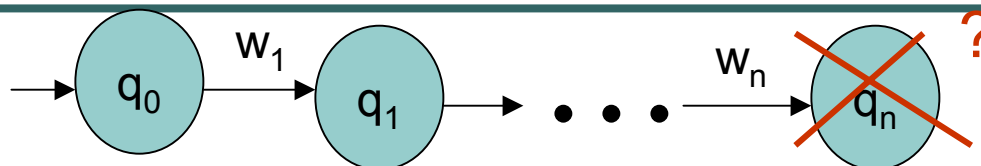
- **Teo:** Suponha que L seja regular. Há um inteiro $n \geq 1$ (o número do pumping lemma) tal que qualquer string $w \in L$ com $|w| \geq n$ pode ser reescrito como $w = xyz$, tal que $y \neq \varepsilon$, $|xy| \geq n$ e $xy^i z \in L$ para cada $i \geq 0$.

PROVA

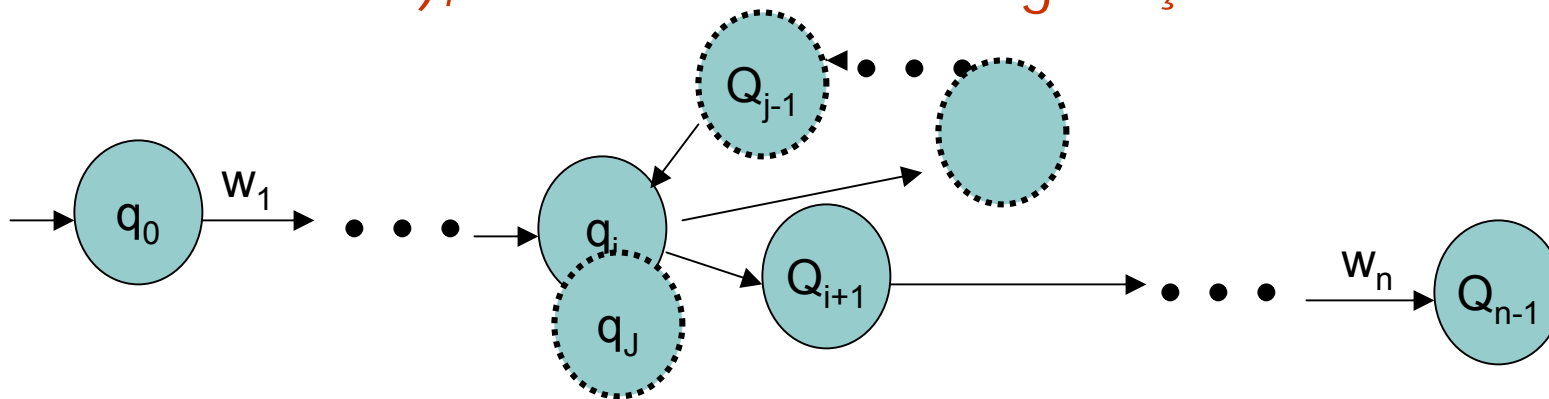
- Como L é regular, é aceito por um AFD M . Suponha que n é o número de estados de M e que w seja a string de comprimento n ou maior. Considere os primeiros n passos da computação de M em w . Sendo w_1, w_2, \dots, w_n os n primeiros símbolos de w .



PROVA



- Mas M só tem n estados (de q_0 a q_n temos $n+1$ estados), teríamos $n+1$ configurações.



- Isso significa que deve haver um caminho voltando pelo menos uma vez em um estado

PROVA

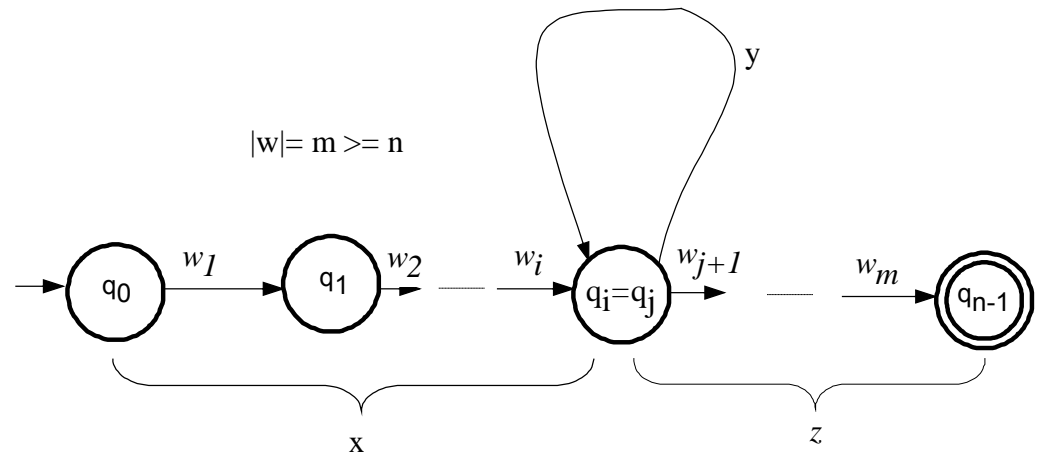
- Pelo princípio da casa de pombo existe i e j , $0 \leq i < j \leq n$, tal que $q_i = q_j$. Isto é, a string $y = w_i w_{i+1} \dots w_j$ guia M do estado q_i para o estado q_j , e essa string é não vazia visto que $i < j$.
- Y poderia ser retirada de w ou repetida uma série de vezes após o j -ésimo símbolo de w e ainda assim seria aceita por M .
- Note que $|xy|$, o número que chamamos acima de j é no máximo n , como requerido.
- Ou seja y é bombeado uma série de vezes.

PROPRIEDADE DO BOMBEAMENTO DAS LR

- Seja M um AFD. Se w é palavra de $L(M)$ de comprimento maior ou igual ao número de estados do autômato w então admite uma subpalavra bombeável em $L(M)$.

LEMA DO BOMBEAMENTO

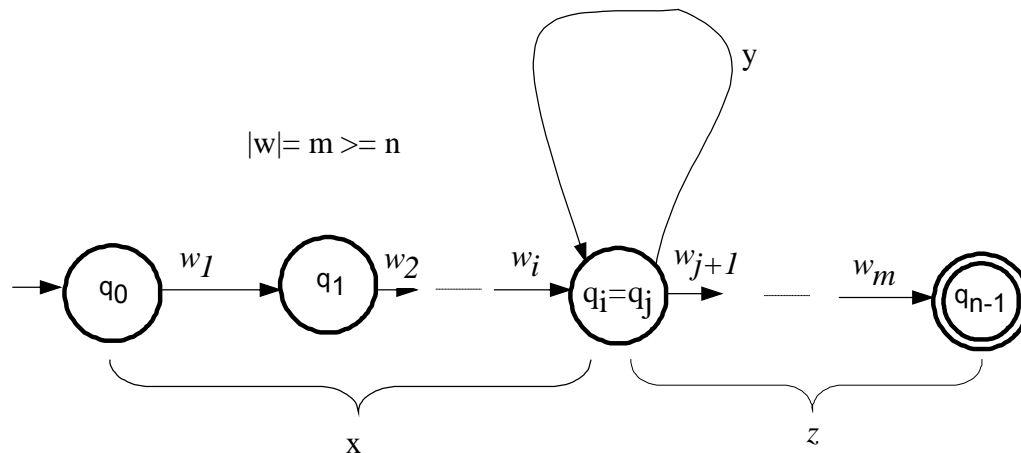
- Seja M um AFD com n estados (o número do pumping lemma). Se $w \in L(M)$ e $|w| \geq n$, então $w = xyz$, onde
 - $|y| > 0$; (ou $y \neq \epsilon$)
 - $|xy| \leq n$;
 - $xy^iz \in L(M)$



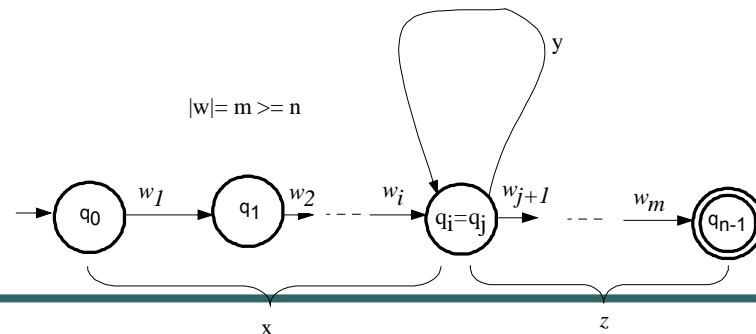
LEMMA DO BOMBEAMENTO

Observe:

- y pode ser bombeado ou não, e $|w|=m$, sendo $m \geq n$
- $|xy| \leq n$, pois x e y estão entre q_0 e q_n
- n (o número de estados e do pumping lemma) não é totalmente conhecido



EXEMPLO



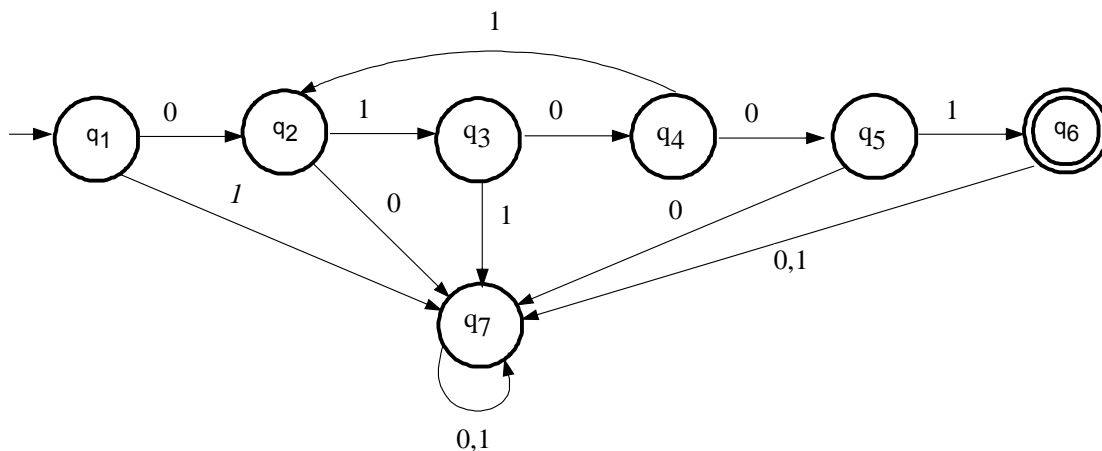
$n = 7$
 $x = 0$
 $y = 101$
 $z = 1001$
 $|xy| = 4$

$\rightarrow 0(101)^i 1001 \text{ é } L(M)$

ou

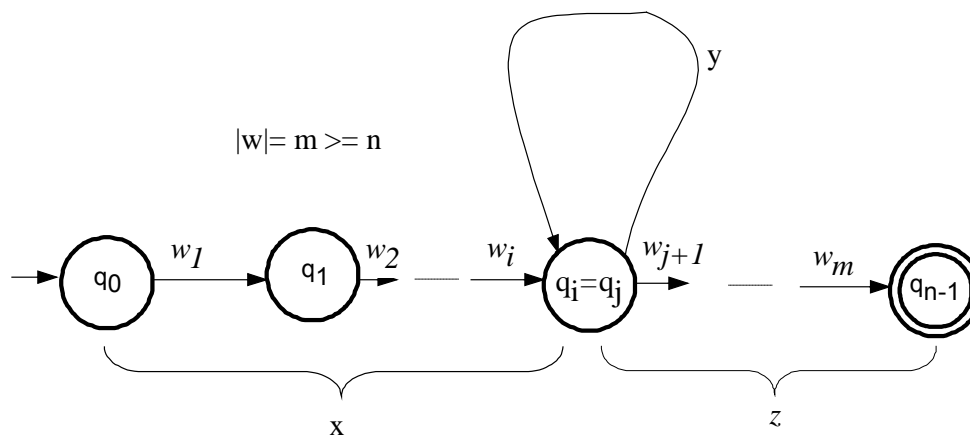
$x = 010$
 $y = 110$
 $z = 01$
 $|xy| = 6$

$\rightarrow 010(110)^i 01 \text{ é } L(M)$



PONTOS IMPORTANTES

- Nenhuma palavra de uma linguagem **finita** L admite subpalavra bombeável em L ;
- Para que a palavra seja bombeável é preciso que possa ser repetida um *qualquer número de vezes* sem que a palavra resultante saia de L .



COMO PROVA QUE L NÃO É LR?

- **Por contradição**

- Assumir que L é regular;
- Assuma que existe um AFD com n estados que aceita L, e tome uma palavra w de L tal que $|w| \geq n$. Por isso, o caminho deve conter um ciclo;
- Mostrar que ao repetir um número de vezes o ciclo (bombear), encontramos cadeias que não pertencem a L;
- Conclui-se que L não é regular