data
fecha

D S T Q Q S S
D L M M J V S

7,8

1)

a) $\{\ldots, -4, -2, 0, 2, 4 \ldots\}$ = Conjunto dos pares negativos e positivos; conjunto dos inteiros de módulo par.

b) conjuntos pares. C

c) Conjunto dos pares múltiplos de 3. C 1,0

d) Conjunto dos palíndromos C

2) a) $\{n \mid n \in Z \text{ e } n > 5\}$ C

b) $\{w \mid x, y \in \Sigma^* \text{ e } w = x\, aba\, y\}$ C 0,7

e) $\{w \mid w \in \cancel{\Sigma^*}\}$

data
fecha

3) a) Falso.

b) Verdadeiro

c) $A \cup B = \{x, y, z\}$

d) $A \cap B = \{x, y\}$

e) $A \times B = \{(x, x), (x, y), (y, x), (y, y), (z, x), (z, y)\}$

f) $2^B = \{\{\}, \{x\}, \{y\}, \{x, y\}\}$

4) $A \times B$, é um produto cartesiano, um conjunto de pares ordenados (x, y) onde $x \in A$ e $y \in B$. Portanto, cada x de A estará associado a y de B. A tem "a" elementos e B tem b elementos, temos que $a \times b$.

$$A \times B = \{(x_1, y_1), \dots (x_1, y_b), \dots, (x_a, y_1), \dots (x_a, y_b)\}$$

Para cada x temos b pares, como temos "a" elementos x, tem-se $a \times b$ pares totais.

data
fecha

5) O conjunto das partes de C é representado por P(C) ou $\mathscr{P}$. Somando os subconjuntos de C encontra-se 2^{K}

Justificativa:

Se tivermos um conjunto vazio $\# C = 0$ e um subconjunto $\{\} \subseteq \{\}$, $1 = 2^{0}$

Com um elemento "a" temos 2 elementos $\{\}$ e $\{a\} \subseteq C$, e $\# C = 1$, e $2 = 2^{1}$. lo

A cada novo elemento adicionado, o conjunto das partes existentes se duplica, isto é, se temos n subconjuntos, ao adicionar mais um elemento em C teremos os n subconjuntos mais os n subconjuntos que surgem da união do novo elemento.

Assim:

$n = 0$, $2^{0} = 1$

$n = 1$, $2^{1} = 2 = 1 + 1 = 2.1 = 2$

$n = 2$, $2^{2} = 2 + 2 = 2.2 = 4$

$n = 3$, $2^{3} = 4 + 4 = 2.4 = 8$

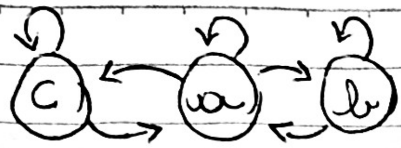
.

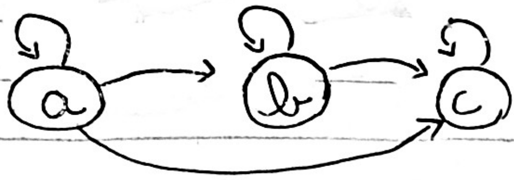
.

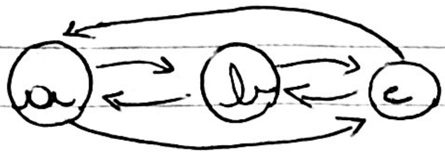
.

$n = K - 1$, 2^{K-1}

$n = K$, $2^{K} = 2 . 2^{K-1}$

6) a)  C

b)  C 1,0

c)  C

7) a) 1º, provar utilizando $n = 0$

$6 | 0$ 6 é divisor de zero $0 : 6 = 0$

válido para n, $6 | n(n+1)(n+2)$
provar que $6 | (n+1)(n+2)(n+3)$

$(n+1)(n+2)(n+3) = n(n+1)(n+2) + 3(n+1)(n+2)$

2º temos, por hipótese, que ~~provar~~ que $6 | 3(n+1)(n+2)$
n pode ser par e também pode ser ímpar, portanto $n = 2K$ ou $n = 2K+1$

0,8

Se $n = 2K$ $6 | 3(2K+1)(2K+2)$
$6 | 3(2K+1)\,2.(K+1)$
$\cancel{6} | \cancel{6}(2K+1)(K+1)$ ∴ Verdadeiro.

se $n = 2K+1$ $6 | 3(2K+1+1)(2K+1+2)$
$6 | 3(2K+2)(2K+3)$
$6 | 3.2(K+1)(2K+3)$
$\cancel{6} | \cancel{6}(K+1)(2K+3)$ ∴ Verdadeiro.

data
fecha . .

D S T Q Q S S
D L M M J V S

b) $3 \mid n^3 + 2n = n(n^2+2)$

1º, provar utilizando $n=0$

$3 \mid 0(0^2+2)$, verdadeiro.

válido: $3 \mid n(n^2+2)$

2º, provar que $3 \mid (n+1)((n+1)^2+2) = (n+1)^3 + 2(n+1)$

$n^3 + 3n^2 + 3n + 1 + 2n + 2$

$= n^3 + 2n + \cancel{3}n^2 + 3\cancel{n} + \cancel{3}$

$= n(n^2+2) + 3(n^2+n+1)$ ∴ verdadeiro.

hipó [illegible]

data
fecha

C) 1º provar utilizando $n=1$.

$$\frac{1}{1.2} = \frac{1}{(1+1)} \quad \text{verdadeira.}$$

válido para n.

$$\underbrace{\frac{1}{1.2} + \dots + \frac{n}{n(n+1)}}_{\text{hipótese}} + \frac{n+1}{(n+1)(n+2)} =$$

$$\frac{n(n+2)+(n+1)}{(n+1)(n+2)} = \frac{n(n+1+1)+(n+1)}{(n+1)(n+2)} =$$

$$\frac{n(\cancel{n+1})+n+(\cancel{n+1})}{(n+1)(n+2)} = \frac{(n+1)(n+1)+n}{(n+1)(n+2)} =$$

$$\frac{(n+1)(\cancel{n+1})}{(\cancel{n+1})(n+2)} + \frac{n}{(n+1)(n+2)} =$$

$$\frac{n+1}{n+2} + \frac{n}{(n+1)(n+2)} \quad \therefore \text{ falso.}$$

data
fecha • •

D S T Q Q S S
D L M M J V S

8) a) concatenação é a operação binária definida sobre uma linguagem para unir dois elementos, ou seja, não há importância? na ordem. Diferentemente, o produto cartesiano é definido como um conjunto construído pelos pares ordenados envolvendo os elementos de dois conjuntos (A x B).

4

0,3

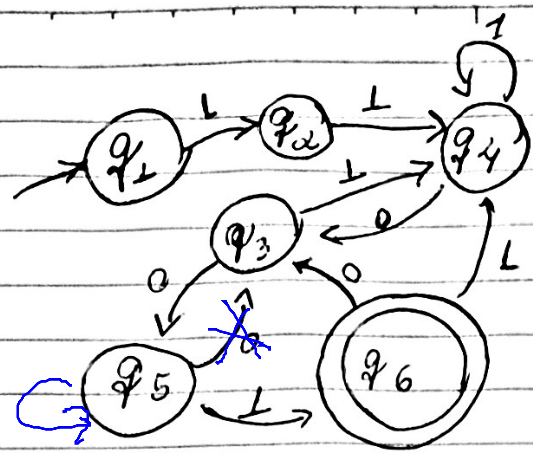
?

b) A relação representa somente uma seção do que é um produto cartesiano.

c) A função é definida pela existência de dois conjuntos e alguma associação entre eles que gere uma correspondência a todo elemento do primeiro conjunto em um único elemento do segundo, a relação pode estar contida em uma função.

$f \subset R$

9)



0,5

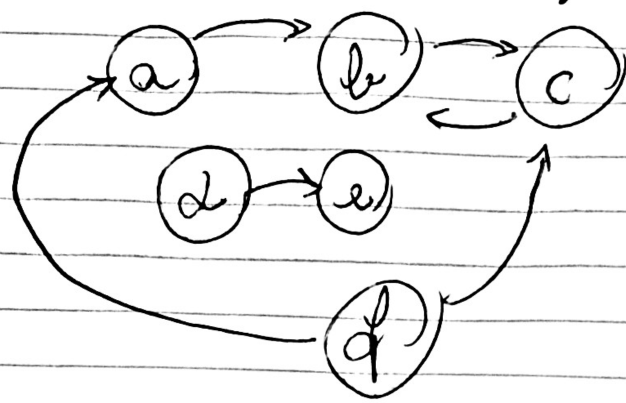
$M_1 = (\{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\}, \{0, 1\},$

	0	1
q_1	$\emptyset$	q_2
q_2	$\emptyset$	q_4
q_3	q_5	q_4
q_4	q_3	q_4
q_5	q_3	q_6
q_6	q_3	q_4

$, q_1, \{q_6\})$

10) $A = \{a, b, c, d, e\}$

a)



C 0,3

b) não existe fecho ~~transitivo~~ e reflexivo em R.

c) fecho simétrico de R: $\{(b, c), (c, b)\}$.