Aluno: Alexandre Cordeiro Arruda RGM: 43551

1º prova de LFA

7,7

1- a) Conjunto dos pares negativos e positivos
Conjunto dos inteiros de módulo par C

1,0

b) Conjunto dos pares C

c) Conjunto dos pares multiplos de 3 ou multiplos de 6 C

d) Conjunto dos palíndromos. C

2- a) $\{n / n \in Z \in n > 5\}$ C

b) $\{w / x, y \in \Sigma^* \in w = x \text{ aba } y\}$ 0,3

c) $\{w / w \in \Sigma^*\}$

3- a) Não C
b) Sim C
c) $\{x, y, z\}$ C
d) $\{(x, x), (x, y), (y, x), (y, y), (z, x), (z, y)\}$ C
e) $2^B = \{ \{\}, \{x\}, \{y\}, \{x, y\} \}$

1,0

4- Um produto carteziano $A \times B$ é o conjunto de pares (x, y) onde $x \in A$ e $y \in B$. Cada x de A estará associado a y de B. Se A tem a elementos e B b elementos, teremos $a \times b$. $A \times B = \{(x_1, y_1), \dots (x_1, y_b), \dots (x_a, y_1) \dots (x_a, y_b)\}$
Para cada x_i temos b pares, como temos a elementos x, teremos $a \times b$ pares totais.

5- O conjunto das partes de C é representado por $P(C)$ ou 2^C. Somando todos os subconjuntos de C encontramos $2^{|C|}$.

Se tivermos conjunto vazio $\#C = \emptyset$ e temos 1 subconjunto $\{\{c\}\}$, $1 = 2^0$

Com um elemento a temos 2 elementos $\{\{e\} a\} \subset C$, e $\#C = 1$, e $2 = 2^1$,

A cada novo elemento adicionado, o conjunto das partes existentes se duplica, isto é, se temos n subconjuntos, ao adicionar mais um elemento em C teremos o n subconjuntos mais os n subconjuntos que surgem da união de novo elemento.

$n = 0$, $2^0 = 1$

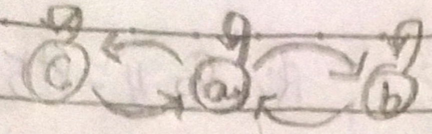
$n = 1$, $2^1 = 2 = 2 = 1 + 1 = 2.1$

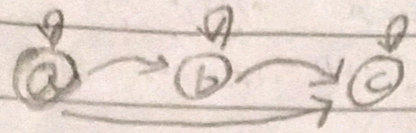
$n = 2$, $2^2 = 2 + 2 = 2.2 = 4$

$n = 3$, $2^3 = 4 + 4 = 2.4 = 8$

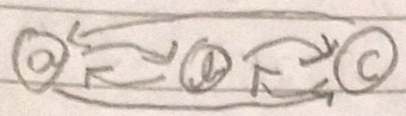
$n = k-1$, 2^{k-1}

$n = k$, $2^k = 2 . 2^{k-1}$

6- a) 

b) 

C 1,0

c) 

7- a) Básica: $n=0$

$6|0$ 6 é divisor de zero

Supor que ~~[illegible]~~ seja válido para n, $6|n(n+1)(n+2)$ 1,0

Provar que $6|(n+1)(n+2)(n+3)$

$(n+1)(n+2)(n+3)=n(n+1)(n+2)+3(n+1)(n+2)$

Por hipótese $6|n(n+1)(n+2)$

Precisamos provar que $6|3(n+1)(n+2)$ n pode par ou ímpar, isto é $n=2k$ ou $n=2k+1$ C

Se $n=2k$ $\quad 6|3(2k+1)(2k+2)$

$6|3(2k+1)\,2.(k+1)$

$6|6(2k+1)(k+1)$ ok

Se $n=2k+1$ $\quad 6|3(2k+1+1)(2k+1+2)$

$6|3(2k+2)(2k+3)$

$6|3.2(k+1)(2k+3)$

$6|6(k+1)(2k+3)$ ok

b) $3 \mid n^3 + 2n = n(n^2+2)$

Básica: $n=0$ $\quad 3 \mid 0(0^2+2)$. ok

Supor válido $3 \mid n(n^2+2)$

Provar que $3 \mid (n+1)((n+1)^2+2) = (n+1)^3 + 2(n+1)$

$n^3 + 3n^2 + 3n + 1 + 2n + 2$

$= n^3 + 2n + 3n^2 + 3n + 3$

$= \underbrace{n(n^2+2)}_{\text{por hipótese}} + 3(n^2+n+1)$

$3 \mid n(n^2+2)$

c) Básica: $n=1$

$$\frac{1}{1.2} = \frac{1}{(1+1)}$$

Supor válido p/ n

$$\underbrace{\frac{1}{1.2} + \dots + \frac{n}{n(n+1)}}_{\text{hipótese}} + \frac{n+1}{(n+1)(n+2)}$$

$$= \frac{n}{n+1}{}_{/n+2} + \frac{n+1}{(n+1)(n+2)}{}_{/1}$$

$$= \frac{n(n+2)+(n+1)}{(n+1)(n+2)} = \frac{n(n+1+1)+(n+1)}{(n+1)(n+2)}$$

$$= \frac{n(n+1)+n+(n+1)}{(n+1)(n+2)} = \frac{(n+1)(n+1)+n}{(n+1)(n+2)}$$

$$= \frac{(n+1)\cancel{(n+1)}}{\cancel{(n+1)}(n+2)} + \frac{n}{(n+1)(n+2)} = \frac{n+1}{n+2} + \frac{n}{(n+1)(n+2)}$$

Falha//

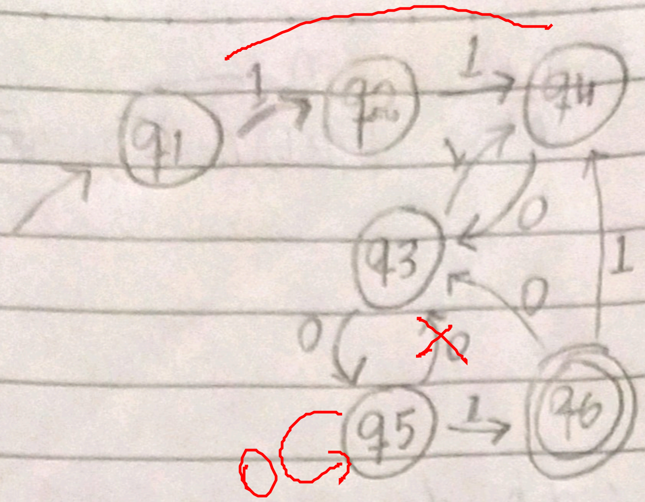
8- a) O produto cartesiano é definido como um conjunto construído pelos pares ordenados envolvendo os elementos de dois conjuntos (e.g.. A×B) já a concatenação é a operação binária definida sobre uma linguagem para unir o conteúdo de duas strings. Logo, percebe-se que na concentração não há distinção, e não há importancia na ordem, diferentemente do produto cartesiano.

b) A relação representa somente uma seção do que é um produto cartesiano

0,3

c) A função é definida pela existencia de dois conjuntos e alguma associação entre eles que gerem uma correspondencia a todo elemento do primeiro conjunto em um único elemento do segundo, a relação pode estar contido em uma função

9 -



0,7

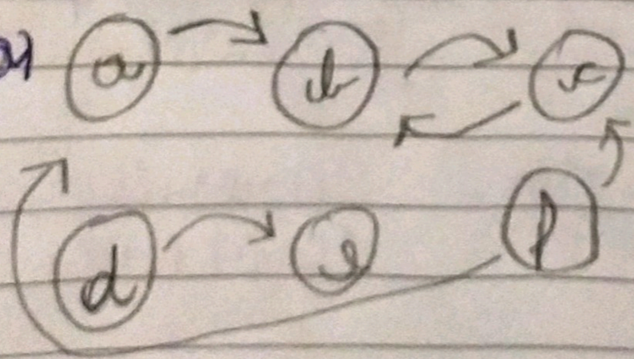
$M1 = (\{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\}, \{0, 1\},$

	0	1
q_1	3	q_2
q_2	3	q_4
q_3	q_5	q_4
q_4	q_3	q_4
q_5	q_3	q_6
q_6	q_3	q_4

$, q_1, \{q_6\})$

10 - $A = \{a, b, c, d, e, f\}$

a)



0,3

b) Não existe fecho transitivo e reflexivo em R.

c) fecho simétrico de R: {(~~b~~, c), (c, b)}.