Gabriela Marcelino da Silva RGM: 41431

8,8

①

Ⓐ $\{..., -4, -2, 0, 2, 4, ...\}$
Conjunto dos pares negativos e ~~positivos~~, conjunto dos Inteiros de módulo par.

Ⓑ $\{n \mid n = 2m$ para algum m em $N\}$
Conjuntos pares.

Ⓒ $\{n \mid n = 2m$ para algum m em N, e $n = 3k$ para algum k em $N\}$
Conjunto dos pares múltiplos de 3
$\{6, 12, 18, ...\}$ ou múltiplos de 6.

1,0

C

Ⓓ $\{w \mid w$ é uma cadeia de 0s e 1s e w é igual ao reverso de $w\}$
Conjunto dos palíndromos.

②

Ⓐ O conjunto contendo todos os Inteiros que são maiores que 5.
$\{n \mid n \in Z$ e $n > 5\}$

1,0

Ⓑ O conjunto contendo a cadeia aba.
$\{w \mid x, y \in \Sigma^*$ e $w = xabay\}$

C

Ⓒ O conjunto contendo a cadeia vazia.
$\{w \mid w \in \Sigma^*\}$

③

Ⓐ A é um subconjunto de B?
Não.

Ⓑ B é um subconjunto de A?
Sim.

Ⓒ Quem é $A \cup B$?
$\{x, y, z\}$

Ⓓ Quem é $A \times B$?
$\{(x,x), (x,y), (y,x), (y,y), (z,x), (z,y)\}$ 1 0

Ⓔ Quem é 2^B?
$2^B = \{\{\}, \{x\}, \{y\}, \{x,y\}\}$

④ Se A tem a em elementos e B tem b elementos, quantos elementos estão em $A \times B$? Explique sua resposta.

Um produto cartesiano $A \times B$, é o conjunto de pares (x, y), onde $x \in A$ e $y \in B$, ou seja, cada x de A estará associado a y de B. Assim, se A tem a elementos e B b elementos, teremos $a \times b$. 1

$A \times B = \{(x_1, y_1), \ldots (x_1, y_b), \ldots (x_a, y_1), \ldots (x_a, y_b)\}$

Para cada x_1, temos b pares, como temos a elementos x, teremos $a \times b$, pares totais.

⑤ Se C é um conjunto com c elementos, quantos elementos estão no conjunto das partes de C? Explique sua resposta.

O conjunto das partes de C é representado por $P(C)$ ou 2. Somando todos os subconjuntos de C, encontramos $2^{|C|}$

Se tivermos conjunto vazio $\#C = \emptyset$ e temos 1 subconjunto $\{\{C\}\}$, $1 = 2^0$. Com um elemento a, temos 2 elementos $\{\}$ e $\{a\} \subseteq C$, e $\#C = 1$, e $2 = 2^1$. 1

A cada novo elemento adicionado, o conjunto das partes existentes se duplica, isto é, se temos n subconjuntos, ao adicionar mais um elemento em C teremos N subconjuntos que surgem da união de novo elemento

Assim: $n = 0, \; 2^0 = 1$

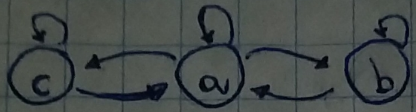
$n = 1, \; 2^1 = 2 = 1 + 1 = 2 \cdot 1$

$n = 2, \; 2^2 = 2 + 2 = 2 \cdot 2 = 4$

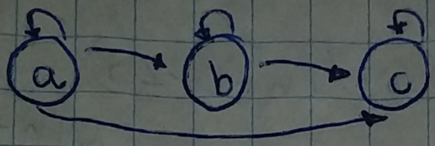
$n = 3,\ 2^3 = 4+4 = 2.4 = 8$
$\vdots$
$n = k-1,\ 2^{k-1}$
$n = k,\ 2^k = 2.2^{k-1}$

6

A Reflexiva e simétrica mas não transitiva

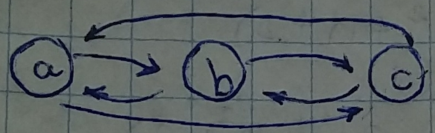


B Reflexiva e transitiva mas não simétrica



1,0

C Simétrica e transitiva mas não reflexiva



7

A $6 \mid n(n+1)(n+2),\ \forall n \in \mathbb{N}$

1,0

Base: $n = 0$
$6 \mid 0$ ok 6 é divisor de 0
Supondo validade ~~para~~ n, $6 \mid n(n+1)(n+2)$

Provar: $6 \mid (n+1)(n+2)(n+3)$
$(n+1)(n+2)(n+3) = n(n+1)(n+2) + 3(n+1)(n+2)$

Hipótese: $6 \mid n(n+1)(n+2)$
Provar que $6 \mid 3(n+1)(n+2)$, n pode par ou ímpar, isto é $n = 2k$ ou $n = 2k+1$.
Se $n = 2k$ $\quad 6 \mid 3(2k+1)(2k+2)$
$6 \mid 3(2k+1)\,2.(k+1)$
$6 \mid 6(2k+1)(k+1)$ //

Se, $n = 2k+1$

$$6 \mid 3\,(2k+1+1)(2k+1+2)$$
$$6 \mid 3\,(2k+2)(2k+3)$$
$$6 \mid 3 \cdot 2\,(k+1)(2k+3)$$
$$\cancel{6} \mid \cancel{6}\,(k+1)(2k+3) \;//$$ Válido.

(b) $3 \mid n^3 + 2n,\ \forall n \in \mathbb{N}$

Base: $n = 0$ $\quad 3 \mid 0\,(0^2+2)\;//$

supondo, $3 \mid n\,(n^2+2)$

Conseguimos provar:

$$3 \mid (n+1)((n+1)^2+2) : ((n+1)^2+2) = (n+1)^3 + 2(n+1)$$

$$n^3 + 3n^2 + 3n + 1 + 2n - 2$$
$$= n^3 + 2n + 3n^2 + 3n + \cancel{1}$$
$$= \underbrace{n(n^2+2)} + 3\,(n^2+n+1)$$

Válido por hipótese: $3 \mid n\,(n^2+2)\;//$

(c)

Base: $n = 1$

$$\frac{1}{1.2} = \frac{1}{(1+1)} \;//$$

Hipótese:

$$\frac{1}{1.2} + \dots + \frac{n}{n(n+1)} + \frac{n+1}{(n+1)(n+2)}$$

$$= \frac{n}{n+1} + \frac{n+1}{(n+1)(n+2)}$$

$$= \frac{n(n+2)+(n+1)}{(n+1)(n+2)} = \frac{n(n+1+1)+(n+1)}{(n+1)(n+2)}$$

$$= \frac{n(\cancel{n+1}) + n + (\cancel{n+1})}{(n+1)(n+2)} = \frac{(n+1)(n+1)+n}{(n+1)(n+2)}$$

$$= \frac{(n+1)\cancel{(n+1)}}{\cancel{(n+1)}(n+2)} + \frac{n}{(n+1)(n+2)}$$

$$= \frac{n+1}{n+2} + \frac{n}{(n+1)(n+2)} \ldots$$

INVÁLIDO!

8

A

O produto cartesiano é definido como um conjunto construído pelos pares ordenados, envolvendo os elementos de dois conjuntos (e.g.: $A \times B$), já a concatenação é a operação binária definida sobre uma linguagem para unir o conteúdo de duas strings. Logo, percebe-se que na concatenação não há distinção e não há importância na ordem, diferentemente do produto cartesiano.

0,5

B

subconjunto

A relação representa somente uma ~~seção~~ do que é um produto cartesiano

C

A função é definida pela existência de dois conjuntos e alguma associação entre elementos que gere uma correspondência de todo elemento do primeiro conjunto em um único elemento do seguinte, a relação pode estar contida em uma função.

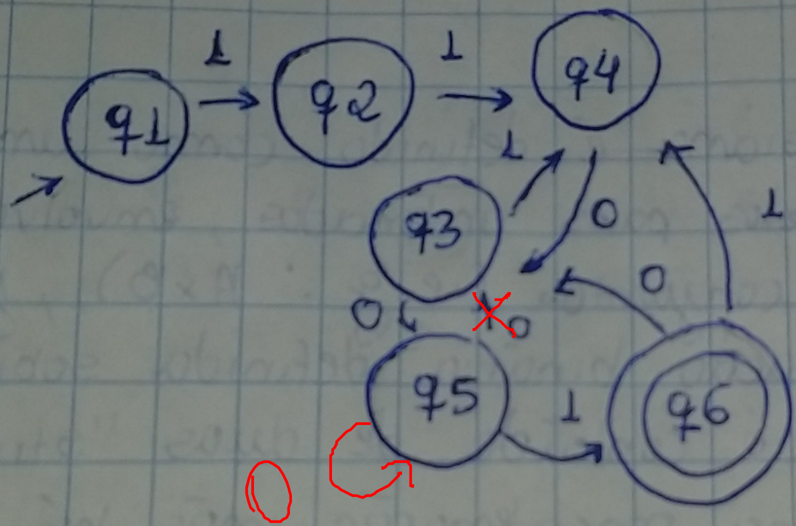
(9)

$M_1 = (\{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\}, \{0, 1\},$

0,7

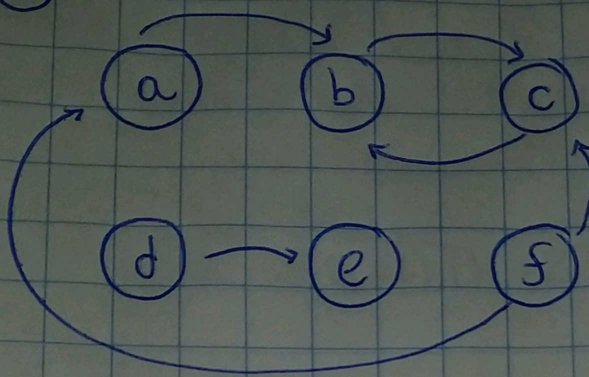
	0	1
q_1	$\emptyset$	q_2
q_2	$\emptyset$	q_4
q_3	q_5	q_4
q_4	q_3	q_4
q_5	q_3	q_6
q_6	q_3	q_4

$, q_1, \{q_6\})$



10

A



c 0,3

B Não existe fecho transitivo, nem reflexivo em R

C R: {(b,c), (c,b)}