

1ª Prova de LFA  
Romeu Louro Gontijo Batista

RGM: 43677

7,2

1) Examine as descrições formais de conjuntos abaixo de modo que você entenda quais membros eles contêm. Escreva uma descrição informal breve em português de cada conjunto.

a) conjunto dos pares negativos e positivos conjunto dos inteiros de módulo par.

b) conjuntos pares.

$\subset$  10

c) conjunto dos pares múltiplos de 3; Ou múltiplos de 6.

d) conjunto dos palíndromos.

2) Escreva descrições formais dos seguintes conjuntos:

a)  $\{n \mid n \in \mathbb{Z} \wedge n > 5\}$

$\subset$

b)  $\{w \mid x, y \in \Sigma^* \wedge w = xaba y\}$

$\subset$

0,6

c)  $\{w \mid w \in \Sigma^*\}$

~~X~~

3) Seja A o conjunto  $\{x, y, z\}$  e B o conjunto  $\{x, y\}$ .

a) falsa

$\subset$

b) verdadeiro

$\subset$

0,5

c) ? ?  $\subseteq$  ? x

4) Se  $A$  tem  $a$  elementos e  $B$  tem  $b$  elementos, quantos elementos estão em  $A \times B$ ? Explique sua resposta.

Um produto cartesiano  $A \times B$  é o conjunto de pares  $(x, y)$  onde  $x \in A$  e  $y \in B$ . Ou seja, cada  $x$  de  $A$  estará associado a  $y$  de  $B$ . Logo se  $A$  tem  $a$  elementos e  $B$   $b$  elementos teremos  $a \times b$ .

$$A \times B = \{(x_1, y_1), \dots, (x_1, y_b), \dots, (x_a, y_1), \dots, (x_a, y_b)\}$$

Para cada  $x_i$  temos  $b$  pares, como temos  $a$  elementos  $x$ , teremos  $a \times b$  parênteses.

5) Se  $C$  é um conjunto com  $c$  elementos, quantos elementos estão no conjunto das partes de  $C$ ? Explique sua resposta.

O conjunto das partes de  $C$  é representado por  $P(C)$  ou  $2^C$ . Somando todos os subconjuntos de  $C$  encontramos  $2^c$ .

Se tivermos conjunto vazio  $\#C = 0$  e temos 1 subconjunto  $\{\emptyset\}$ ,  
 $1 = 2^0$

Com um elemento  $a$  temos 2 subconjuntos  $\{\emptyset\}$  e  $\{a\} \subseteq C$ , e  $\#C = 1$ ,  
 $2 = 2^1$ .

A cada novo elemento adicionado, o conjunto das partes existentes se duplica, isto é, se temos  $n$  subconjuntos, ao adicionar mais um elemento em  $C$  teremos  $n$  subconjuntos mais os  $n$  subconjuntos que surgem do único do novo elemento.

Assim  $n = 0, 2^0 = 1$

$n = 1, 2^1 = 2 = 1 + 1 = 2 \cdot 1$

$n = 2, 2^2 = 2 + 2 = 2 \cdot 2 = 4$

$n = 3, 2^3 = 4 + 4 = 2 \cdot 4 = 8$

$\vdots$

$n = k-1, 2^{k-1}$

$n = k, 2^k = 2 \cdot 2^{k-1}$

b) Para cada item, dê uma relação que satisfaz a condição



C P

7) Prove por indução que:

a) Básico:  $n=0$

$6 \mid 0 \cdot k$   $6$  é divisor de zero  $\frac{0 \cdot 6}{0}$

1, 0

Se por válido p/  $n$ ,  $6 \mid n(n+1)(n+2)$

Provar que  $6 \mid (n+1)(n+2)(n+3)$

$$(n+1)(n+2)(n+3) = n(n+1)(n+2) + 3(n+1)(n+2)$$

Por hipótese  $6 \mid n(n+1)(n+2)$  C

Se  $n = 2k$   $6 \mid 3(2k+1)(2k+2)$

$6 \mid 3(2k+1) \cdot 2(k+1)$

$6 \mid 6(2k+1)(k+1)$  ~~6~~

C

Se  $n = 2k+1$   $6 \mid 3(2k+1+1)(2k+1+2)$

$6 \mid 3(2k+2)(2k+3)$

$6 \mid 3 \cdot 2(k+1)(2k+3)$

$6 \mid 6(k+1)(2k+3)$  ~~6~~

VERDADEIRA

$$B) 3|n^3+2n = n(n^2+2)$$

$$\text{Básico: } n=0 \quad 3|0(0^2+2)$$

$$\text{Supor válido } 3|n(n^2+2)$$

$$\text{Provar que } 3|(n+1)((n+1)^2+2) = (n+1)^3+2(n+1)$$

$$n^3+3n^2+3n+1+2n+2$$

$$= n^3+2n+3n^2+3n$$

$$= n(n^2+2) + 3(n^2+n+1)$$

$$\text{Por hipótese } 3|n(n^2+2)$$

VERDADEIRA

$$C) \text{ Básico: } n=1$$

$$\frac{1}{1 \cdot 2} = \frac{1}{(1+1)}$$

Supor válido  $p/n$

$$\underbrace{\frac{1}{1 \cdot 2} + \dots + \frac{n}{n(n+1)}}_{\text{Hipótese}} + \frac{n+1}{(n+1)(n+2)}$$

$$= \frac{n}{n+1} + \frac{n+1}{(n+1)(n+2)}$$

$$= \frac{n(n+2) + (n+1)}{(n+1)(n+2)} = \frac{n(n+1+1) + (n+1)}{(n+1)(n+2)}$$

$$= \frac{n(n+1) + n + (n+1)}{(n+1)(n+2)} = \frac{(n+1)(n+1) + n}{(n+1)(n+2)}$$

$$= \frac{(n+1)(n+1)}{(n+1)(n+2)} + \frac{n}{(n+1)(n+2)} =$$

$$= \frac{n+1}{n+2} + \frac{n}{(n+1)(n+2)}$$

FALHA

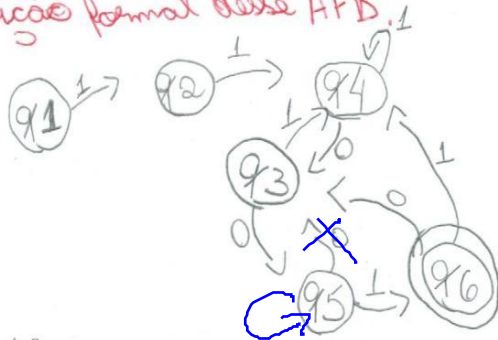
8) Descreva, sucintamente, a diferença entre os seguintes pares de conceitos:

a) Produto Cartesiano é definido como um conjunto construído pelo par ordenado envolvendo os elementos de dois conjuntos (i.e. ex.:  $A \times B$ ), já a concatenação é a operação binária definida sobre uma linguagem para unir o conteúdo de duas "strings". Logo, percebe-se que na concatenação não há distinção, e não há importância no ordem, diferentemente do Produto Cartesiano. 0,3

b) A relação representa somente uma ~~relação~~ do que um produto cartesiano.

c) A função é definido pelo existência de dois conjuntos e alguma ~~relação~~ associação entre elementos que gere uma correspondência a todo elemento do primeiro conjunto em um único elemento do segundo. A relação pode estar contida em uma função. FCR

9) Elabore um diagrama de AFD que aceite o conjunto de todas as palavras do alfabeto  $\{0,1\}$  que comece com 11 e termine 001. A seguir, dê a descrição formal desse AFD.



0,5

4

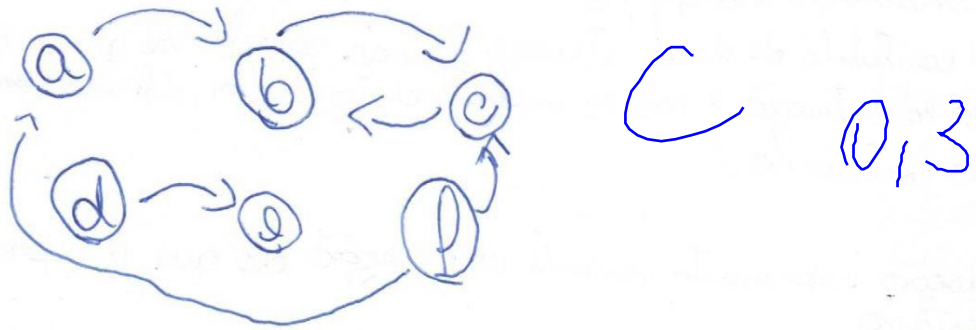
$M = (\{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\}, \{0,1\},$

	0	1
q1	3	q2
q2	3	q4
q3	q5	q4
q4	q3	q4
q5	q5	q6
q6	q5	q4

, q1, {q6})

10) Dado o conjunto  $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ , seja a relação binária  $R = \{(a, b), (b, c), (d, e), (c, b), (f, a), (f, c)\}$ .

a)



b) Não existe nenhum fecho transitivo e reflexivo em  $R$ .

c) Fecho simétrico de  $R$ :  $\{(b, d), (c, b)\}$ .