Aluno: Victor Manoel J. de Souza
Rgm: 43579

P1 - LFA

8,5

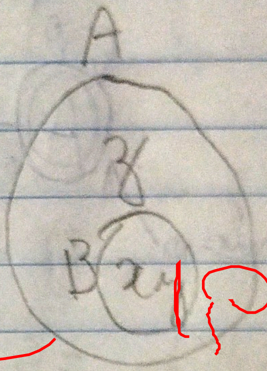
1- a) Conjunto dos pares positivos e negativos
b) conjunto dos pares
c) Conjunto dos pares múltiplo de 3
d) Conjunto dos palíndromo

1,0

2- a) $\{x \mid x \in \mathbb{Z}, x > 5\}$
b) $\{W \mid x, y \in \Sigma^*, W = x\,abc\,y\}$
c) $\{W \mid W \in \Sigma^*$

0,7

3- a) não
b) sim
c) $A \cup B = \{x, y, z\}$
d) $\{(x,x),(x,y),(y,x),(y,y),(z,x),(z,y)\}$
e) $2^B = \{\emptyset, \{x\}, \{y\}, \{x,y\}\}$



1,0

4- $A \times B$, que é o produto cartesiano é o conjunto de pares ordenados (x,y), onde $x \in A$ e $y \in B$. Se A tem a elementos e B tem b elementos teremos $a \times b$.
$A \times B = \{(x_1, y_1), \dots (x_1, y_b) \dots$
$(x_a, y_1), \dots (x_a, y_b)\}$

1,0

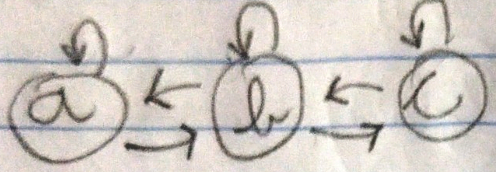
Explicação: cada elemento de A irá se relacionar com cada elemento de B, formando pares ordenados de todos os elementos de cada conjunto

5- O conjunto das partes de C pode ser representado por 2^C. Somando todos os subconjuntos de C teremos $2^{|C|}$

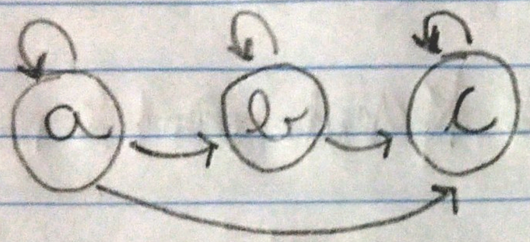
Explicação: Se C for um conjunto vazio e

temos 1 subconjunto $\{\} \subseteq \{\}$, $2^0 = 1$.
Se C contém n subconjuntos, quando adicionamos mais um elemento em C $(n+1)$ o conjunto das partes existentes se duplica, logo: se $n = 1$, $2^1 = 2$; se $n = 2$, $2^2 = 4$ ... $n = k$, 2^k $(k \in \mathbb{N})$.

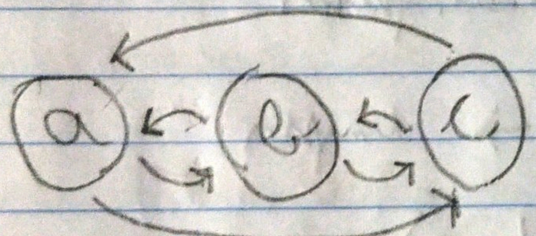
6- a)



b)



c)



7- a) Testar p/ $P(0) = 6 | 0$ ✓

Se $P(k)$ é verdade, então $P(k+1)$ também é verdade, $k \in \mathbb{N}$. $\rightarrow$ (HI)

Demonstrar que $6 \mid (k+1)(k+2)(k+3)$

$(k+1)(k+2)(k+3) = k(k+1)(k+2) + 3(k+1)(k+2)$

$k(k+1)(k+2)$ é divisível por 6 por HI, portanto temos que provar que $3(k+1)(k+2)$ é divisível por 6

$6 | 3(K+1)(K+2)$

1,0

Só existe a possibilidade de K ser par ou ímpar

temos que provar para:

$K = 2m, m \in \mathbb{N} \rightarrow$ par

$6 | 3(2m+1)(2m+2)$
$6 | 3(2m+1)2(m+1)$
$\cancel{6} | \cancel{3\,2}(2m+1)(m+1)$

$\therefore$ está provado para K sendo par

temos que provar para:

$K = 2m+1, m \in \mathbb{N} \rightarrow$ ímpar

$6 | 3(2m+1+1)(2m+1+2)$
$6 | 3(2m+2)(2m+3)$
$\cancel{6} | \cancel{3\,2}(m+1)(2m+3)$

$\therefore$ está provado para K sendo ímpar

$\therefore 3(K+1)(K+2)$ é divisível por 6

chegando a conclusão que:

$6 | (K+1)(K+2)(K+3)$ é verdade

CQD

b) testar para $P(0) = 3 \mid 0$ $3 \mid n^3 + 2n = n(n^2+2)$

$P(n)$ é verdade (H1)

provar que

$3 \mid (n+1)((n+1)^2+2)$
$= n^3 + 3n^2 + 3n + 1 + 2n + 2$
$= n^3 + 2n + 3n^2 + 3n + 3$
$= n(n^2+2) + 3(n^2+n+1)$

por H1 $n(n^2+2)$ é divisível por três e $3(n^2+n+1)$ é divisível por três

$\therefore 3 \mid n^3 + 2n$

C.Q.D.

c) testar para $n=1$ $\quad \frac{n}{n+1} = \frac{1}{2}$ ✓

P(n) é verdade (HI)

Provar que P(n+1) é verdade

$$\underbrace{\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{2}{2\cdot 3} + \dots + \frac{n}{n(n+1)}} + \frac{n+1}{(n+1)\cdot(n+2)} = \frac{n+1}{n+2}$$

por HI isso é verdade

$$\frac{n}{n+1} + \frac{n+1}{(n+1)(n+2)} = \frac{n+1}{n+2}$$

$$= \frac{n(n+2) + (n+1)}{(n+1)(n+2)} = \frac{n(n+1+1) + (n+1)}{(n+1)(n+2)}$$

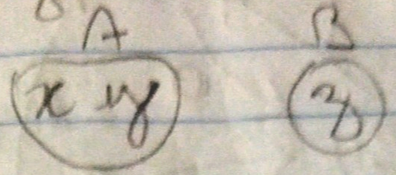
$$= \frac{n(n+1) + n + (n+1)}{(n+1)(n+2} = \frac{(n+1)(n+1) + n}{(n+1)(n+2)}$$

$$= \frac{(n+1)\cancel{(n+1)}}{\cancel{(n+1)}(n+2)} + \frac{n}{(n+1)(n+2)} =$$

$$= \frac{n+1}{n+2} + \frac{n}{(n+1)(n+2)}$$

falha

8 - a) produto cartesiano, diferente da concatenação, utiliza um elemento de cada conjunto, formando pares ordenados. Já a concatenação seria como uma "união". ex:



4

→ Produto Cartesiano: $A \times B = \{(x,z),(y,z)\}$

→ Concatenação $= \{(x,y,z)\}$

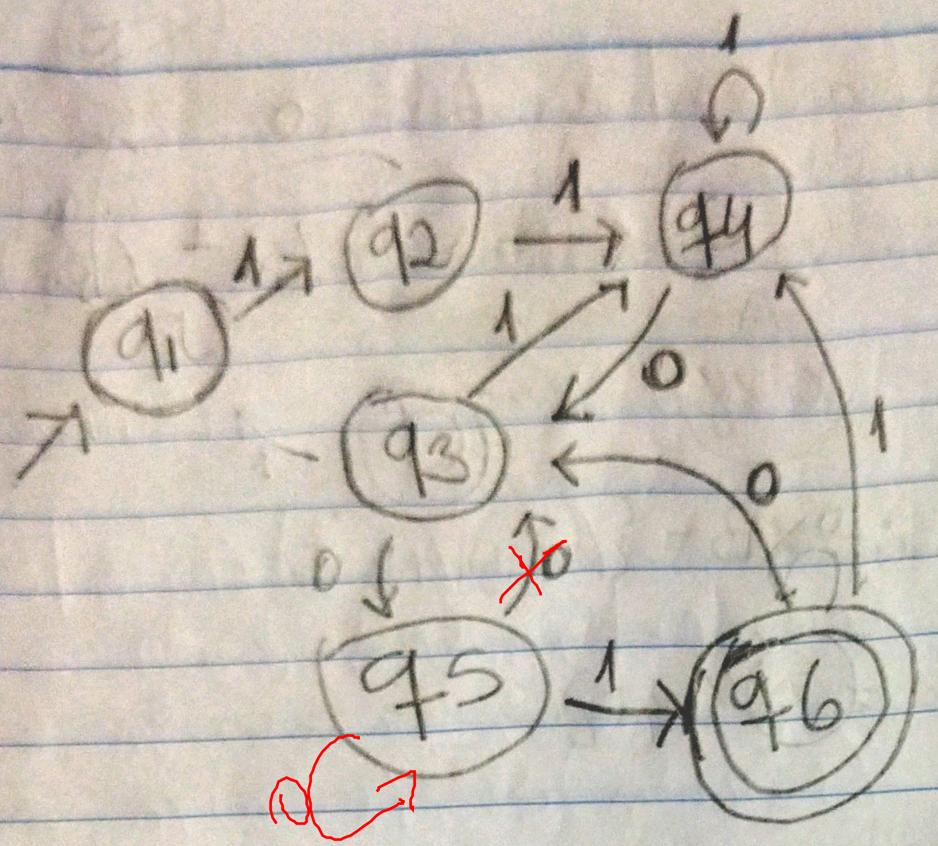
0,8

b) produto cartesiano, como dito anteriormente, utiliza um elemento de cada conjunto, formando para ordenados. podemos dizer que as Relações é subconjunto do produto cartesiano, ou $R \subseteq A \times B$.

c) como dito anteriormente relação é o subconjunto do produto cartesiano. já a função é a associação de cada objeto com um único objeto de outra espécie. Uma função sempre vai ser uma relação, porém nem toda relação será função.

9-

M1



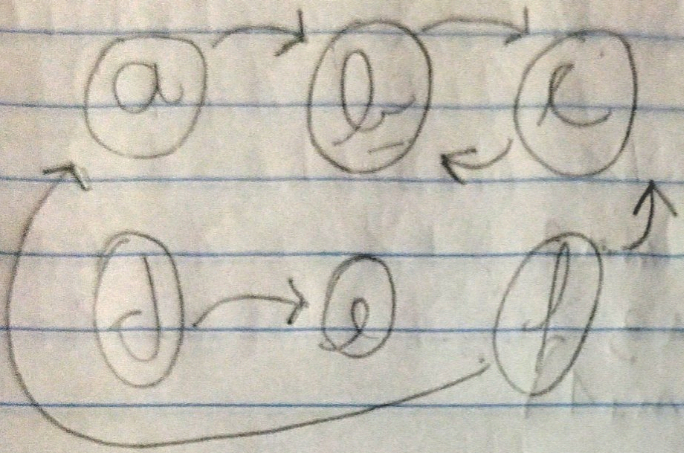
M1=({q1, q2, q3, q4, q5, q6}, {0, 1},

	0	1
q1	~~3~~	q2
q2	~~3~~	q4
q3	q5	q4
q4	q3	q4
q5	q3	q6
q6	q3	q4

, q1, {q6})

10- A = {a, b, c, d, e, f}

a)



0,3

b) não existe fecho transitivo e reflexivo em R.

c) fecho simétrico de R: {(b,c),(c,b)}.