

Vinicius Silva Balbino

10

1)

A) CONJUNTOS DOS PARES NEGATIVOS E POSITIVOS. \subset

B) CONJUNTOS DOS PARES \subset

C) CONJUNTO DOS PARES MÚLTIPLOS DE 3, OU MÚLTIPLOS DE 6. \subset

D) CONJUNTOS DOS PALÍNDROMOS. \subset

2)

A) $\{n \mid n \in \mathbb{Z} \text{ e } n > 5\}$ \subset

B) $\{w \mid w \in \Sigma^* \text{ e } w = xabax\}$ \subset

C) $\{w \mid w \in \Sigma^*\}$ \times

0,7

3)

~~A) NÃO, B~~

1/0

A) NÃO, A NÃO É SUBCONJUNTO DE B

B) SIM, B É SUBCONJUNTO DE A.

c) UNIÃO DOS CONJUNTOS (A, B)
 $A \cup B = \{x, y, z\}$.

D) PRODUTO CARTESIANO $A \times B$

$A \times B = \{(x, x), (x, y), (y, x), (y, y), (z, x), (z, y)\}$

e) CONJUNTO DAS PARTES

$2^B = \{\{\}, \{x\}, \{y\}, \{x, y\}\}$

$2^2 = 4$, QUANTIDADE DE ELEMENTOS DENTRO DO CONJUNTO DAS PARTES.

4) Sabendo que $A \times B$ é o conjunto de pares (x, y) onde $x \in A$ e $y \in B$. Portanto cada x de A , estará associado a um y de B . Sabendo que A possui N elementos e B possui M elementos, teremos $N \times M$ ou seja para cada N teremos M pares, teremos $N \cdot M$ pares totais.

5) teremos 2^N subconjuntos

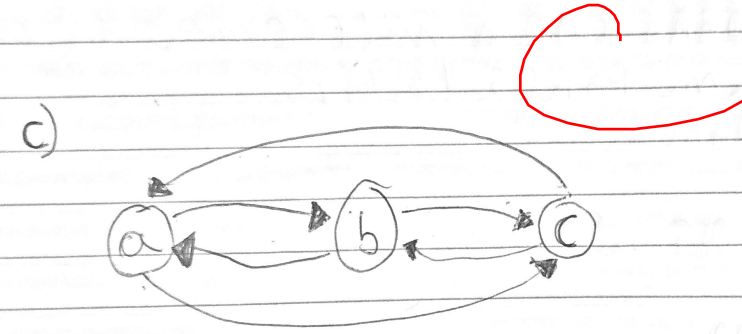
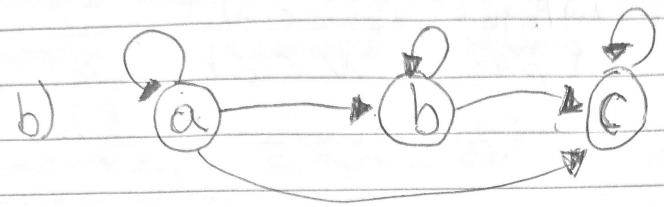
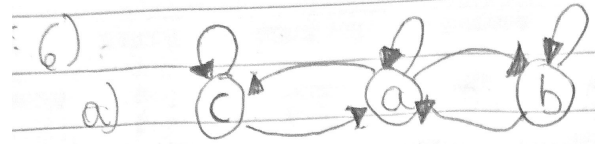
Explicando:

Se tivermos o conjunto vazio, teremos 1 subconjunto $\{\} \subseteq C$, $1 = 2^0$

Se adicionarmos 1 elemento ao conjunto teremos $C = \{1\}$, teremos 2 subconjuntos $\{\}$ e $\{1\}$, logo $2 = 2^1$.

A cada novo elemento adicionado, o conjunto das partes existente se duplica ou seja, se temos N subconjuntos e adicionarmos mais um elemento teremos $2N$ subconjuntos anteriores e mais N subconjuntos que surgem da adição de um novo elemento.

$$N = [M-1], 2^{M-1}$$



7)

A) $6 \mid n(n+1)(n+2) \quad \forall n \in \mathbb{N}$

BASICA: $n=0$

10

$6 \mid 0(0+1)(0+2)$ OK, SUPER VALIOS P(N) V

PROVAR que $6 \mid (n+1)(n+2)(n+3)$

$$(n+1)(n+2)(n+3) = n(n+1)(n+2) + 3(n+1)(n+2)$$

PER HIPÓTESE $6 \mid n(n+1)(n+2)$

temos que PROVAR que $6 | 3(n+1)(n+2)$
onde n pode ser PAR ou IMPAR, isto é
 $n = 2k$ ou $n = 2k + 1$

Se $n = 2k$

$$6 | 3(2k+1)(2k+2)$$
$$6 | 3(2k+1)2(k+1)$$
$$\cancel{6} | \cancel{3}(2k+1)(k+1) \quad \text{OK}$$

Se $n = 2k + 1$

$$6 | 3(2k+2)(2k+3)$$
$$6 | 3 \cdot 2(k+1) \cdot (2k+3)$$
$$\cancel{6} | \cancel{3}(k+1)(2k+3) \quad \text{OK}$$

b) $3 | N^3 + 2N, \forall N \in \mathbb{N}$

básica: $n = 0 \quad 3 | 0(0^2 + 2), \text{OK}$

SUPOR VALIDO $3 | n(n^2 + 2)$

PROVAR que $3 | (n+1)((n+1)^2 + 2) = (n+1)^3 + 2(n+1)$

$$(n^3 + 3n^2 + 3n + 1) + 2n + 2 =$$

$$n^3 + 2n + 3n^2 + 3n + 3 =$$

$$\underbrace{n(n^2 + 2)}_0 + 3 \cdot \underline{(n^2 + n + 1)}$$

POR hipotese OK

$$3 | n(n^2 + 2)$$

c)

BÁSICA: $N=1$

$$\frac{1}{1 \cdot 2} = \frac{1}{1+1} \quad \text{OK}$$

SUPONDO P/N

$$\frac{1 + \dots + N}{1 \cdot 2} + \frac{N+1}{(N+1)(N+2)}$$

Hipótese

$$= \frac{N}{N+1} + \frac{N+1}{(N+1)(N+2)}$$

$$= \frac{N(N+2) + (N+1)}{(N+1)(N+2)} = \frac{N(N+1+1) + (N+1)}{(N+1)(N+2)}$$

$$= \frac{N(N+1) + N + (N+1)}{(N+1)(N+2)} = \frac{(N+1)(N+1) + N}{(N+1)(N+2)}$$

$$= \frac{(N+1)(N+1)}{(N+1)(N+2)} + \frac{N}{(N+1)(N+2)}$$

$$= \frac{N+1}{N+2} + \frac{N}{(N+1)(N+2)}$$

FALHA

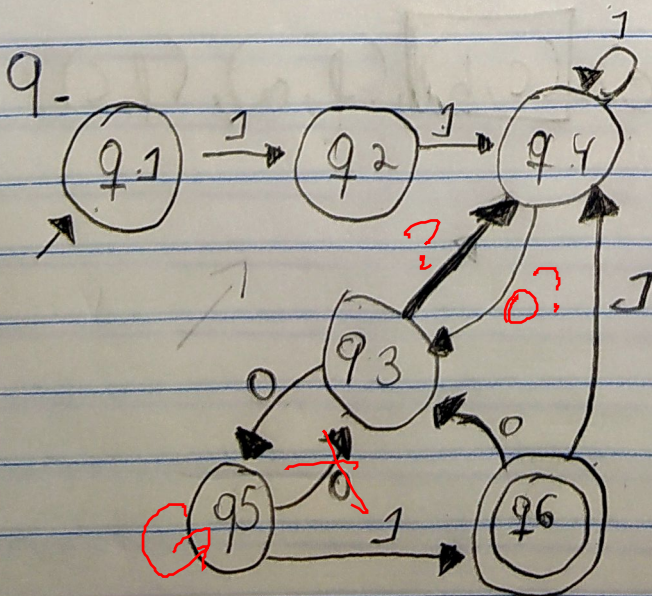
8)

a) O produto cartesiano tem uma importância da ordem, já a concatenação não, o produto cartesiano é um par ordenado, já a concatenação é a justaposição de símbolos que representam as palavras componentes.

b) O produto cartesiano é composto por relações, já a relação de um A e B.

0,7

c) A função onde cada elemento de seu domínio, está relacionado com, no máximo, um elemento do contra-domínio, já a relação não possui essa regra.



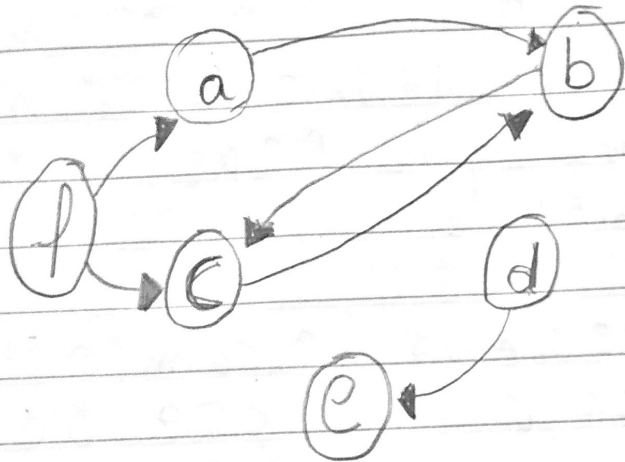
$\delta =$	0	1
q1	∅	q2
q2	∅	q4
q3	q5	q4
q4	q3	q4
q5	q3	q6
q6	q3	q4

0,3

$$M_3 = (\{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\}, \{0, 1\}, \delta, q_1, \{q_4\})$$

10)

A)



C 013

b) NÃO É POSSÍVEL DAR FECHO TRANSITIVO
e REFLEXIVO pois NÃO POSSUI TRANSITIVIDADE
e REFLEXIVIDADE.

c)

$$R^* = R \cup \{(x, y) \mid (y, x) \in R \wedge (x, y) \notin R\}$$

$$R^* = \{(a, b), (b, c), (d, e), (c, b), (p, a), (p, c)\}$$